

# مطالعه اثر خواص سطح بر حرکت گندله خام بین غلتک‌های سرند غلتکی با

## روش المان گسسته

میثم جواهری

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

اکبر جعفری

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی شهید منتظری مشهد، دانشگاه فنی و حرفه‌ای خراسان رضوی، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، مشهد، ایران

غلامحسین برادران، علیرضا سعیدی

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

(دریافت مقاله: ۹۹/۰۱/۲۰ - پذیرش مقاله: ۹۹/۰۶/۲۹)

### چکیده

در تحقیق جاری، با روش المان گسسته اثر خواص فیزیکی سطح از جمله ضرایب بازگشت (برجهندگی)، چسبندگی، اصطکاک لغزشی و مقاومت غلتشی بر حرکت گندله بین زوج غلتک‌های سرند غلتکی گندله‌سازی کمک روش المان گسسته، مورد بررسی عددی قرار گرفته است. به منظور اطمینان از دقت نتایج عددی، آنالیز حساسیت به گام زمانی و همچنین مش‌بندی سطح انجام گردید. با استفاده از نتایج عددی بدست آمده، وابستگی سرعت بحرانی به هر کدام از خواص سطحی در قالب نمودارهای گرافیکی ارائه و همچنین توابع ریاضی مناسبی بر آنها برازش شده است. بر اساس نتایج، با افزایش ضریب اصطکاک لغزشی آستانه سرعت لازم برای عبور گندله از دام بین غلتک‌ها کاهش می‌یابد ولی اگر ضریب اصطکاک از حد مشخصی (حدود 0.3) فراتر برود اثر این متغیر بسیار ناچیز می‌شود. همچنین مشخص شد که با افزایش ضریب مقاومت غلتشی، سرعت بحرانی غلتک‌ها بطور پیوسته کاهش پیدا می‌کند. بعلاوه مشاهده شد که با افزایش ضریب بازگشت امکان در دام ماندن گندله افزایش می‌یابد. همچنین روشن شد که با افزایش ضریب چسبندگی، سرعت بحرانی می‌تواند افزایشی، کاهش یا ثابت باشد و نوع تابعیت آن به سایر ویژگی‌های سطحی بستگی دارد. **واژه‌های کلیدی:** گندله، سرند غلتکی، المان گسسته، خواص سطح.

## Effects of the surface characteristics on a green pellet motion on the roller screen, DEM approach

Meisam Javaheri

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

Akbar Jafari

Department of Mechanical Engineering, Montazeri Technical Faculty of Mashhad, Technical and Vocational University, Mashhad, Iran

Gholamhosein Baradaran, Alireza Saidi

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

(Received 8 April 2020, accepted 19 September 2020)

### Abstract

In this research, effect of surface characteristics including restitution coefficient, cohesion factor, sliding friction and rolling resistance on the green pellet motion on the roller screen were studied numerically with the aid of discrete element method (DEM). Sensitivity analysis pertaining to integration time step and surface meshing were conducted to ensure the results accuracy. Curve fitting were applied on the numerical results to represent the critical speed versus the surface characteristics in mathematical functions. Based on the obtained results, the critical speed was increased by increasing the sliding friction however, when this coefficient exceeds a limit (around 0.3) its impact became negligible. Moreover, it was revealed that by increasing the rolling resistance, the critical speed was reduced. Regarding the restitution coefficient, it was observed that increasing this factor increases the possibility of remaining the pellet between the rollers. Furthermore, it was concluded that cohesion can cause increasing or decreasing of the critical speed depending on the other surface characteristics.

**Keywords:** Pellet; Roller screen; DEM, Surface characteristics.

**E-mail of corresponding author:** a\_jafari@tvu.ac.ir.

## مقدمه

در فرآیند دسته‌بندی گندله از لحاظ اندازه، در گذشته از سرندهای ارتعاشی استفاده می‌شد ولی از دهه ۱۹۹۰ سرند غلتکی جایگزین آن شده است. این نوع سرند در مقایسه با نوع ارتعاشی صدمه کمتری به گندله وارد می‌کند لذا گزینه مناسبی برای این منظور محسوب می‌شود. سرند غلتکی شامل تعدادی غلتک موازی در کنار هم است که همگی در یک جهت دوران می‌کنند. گندله‌هایی که کوچکتر از فاصله بین غلتک‌ها باشند بصورت ته‌ریز پایین ریخته و گندله‌های بزرگ‌تر از اندازه از بالا عبور کرده و در انتها بصورت سرریز خارج می‌شوند. البته فاصله بین غلتک‌ها ممکن است در طول کل تجهیز یکسان باشد یا اینکه بصورت ناحیه‌بندی دارای فواصل مختلف باشد. بعلاوه، این نوع سرند می‌تواند یک طبقه یا چند طبقه باشد. با وجودی که تحقیقات گسترده‌ای پیرامون سرندهای ارتعاشی توسط محققین مختلف انجام و منتشر شده ولی در رابطه با سرند غلتکی گزارش‌های اندکی منتشر شده است. از جمله تحقیقات منتشر شده در رابطه با سرند غلتکی پژوهش سیلوا (Silva) و همکاران است [۱، ۲]. تحقیق مذکور با روش المان گسسته انجام شده و یکی از نتایج گزارش شده آن تاثیر افزایش چسبندگی بر بالا رفتن میزان ریزدانه در محصول خروجی بوده است. همچنین نشان دادند که افزایش چسبندگی باعث افزایش سهم ریزدانه در سرریز سرند می‌شود. هر چند روش آزمایشگاهی و تجربی می‌تواند اطلاعات مفید و قابل اعتمادی در اختیار قرار دهد ولی پیچیدگی ساخت تجهیز آزمایشگاهی یک محدودیت جدی برای پیگیری این رویکرد است. از اینرو راهکار عددی و به طور خاص روش المان گسسته گزینه‌ی مناسبی برای انجام مطالعه این دسته مسائل به حساب می‌آید. روش المان گسسته برای مدل سازی رفتار مواد دانه‌ای در زمینه‌های مختلف با موفقیت مورد استفاده قرار گرفته و همچنین نرم افزارهای منبع باز و تجاری نیز برای این منظور توسعه داده شده‌اند.

در واقع این روش جایگاهی مشابه روش دینامیک ملکولی در فیزیک و مکانیک محاسباتی دارد. پیشینه اولیه در رابطه با استفاده از روش المان گسسته به کار کاندل (Cundall) و استرک (Strack) برمی‌گردد [۳]. البته با گذشت زمان قابلیت‌ها و زمینه‌های کاربرد این روش توسعه یافته است [۴]. در این رابطه می‌توان به کاربرد گسترده آن در تحلیل رفتار مواد دانه‌ای در سرندهای ارتعاشی اشاره نمود [۵، ۶]. با توسعه بیشتر این روش، مدل سازی حرکت مواد دانه‌ای غیر کروی نیز مورد پیگیری قرار گرفته و در حال پیشرفت است [۷-۱۲]. همچنین از این روش برای مدل‌سازی سایش سطوح تحت جریان مواد دانه‌ای نیز با موفقیت استفاده شده است [۱۳-۱۵].

مدل کره سخت، مدل الاستیک هرتز یا مدل ویسکوالاستیک کلونین - هرتز نیروی برخورد ذرات بدون وجود چسبندگی را برآورد می‌نمایند [۵]. با اینحال باید متذکر شد که وجود چسبندگی باعث افزایش درجه پیچیدگی مدل‌سازی مواد دانه‌ای مرطوب با روش المان گسسته می‌شود. از اینرو، توسعه مدل‌های ریاضی جهت مدل سازی چسبندگی همچنان موضوعی کاربردی و در حال پیشرفت است. مدل JKR که نام آن برگرفته از حروف اول نام پیشنهاد دهندگان<sup>۱</sup> آن است الگوریتمی را برای لحاظ چسبندگی بین دانه‌ها ارائه می‌دهد که بر اساس آن انرژی جاذبه بین ذرات در محاسبه نیروی چسبندگی لحاظ می‌شود [۱۶]. در زمینه لحاظ اثر چسبندگی، لیان (Lian) و همکاران محفظه‌ای حاوی معدودی ذره را با روش المان گسسته مدل‌سازی نموده و فرآیند چسبیدن ذرات به همدیگر و گرانول سازی را مطالعه نمودند [۱۷]. بر اساس بخشی از نتایج تحقیق مذکور فرآیند گندله‌سازی به شدت به سرعت برخورد ذرات وابسته است. همچنین به این نتیجه رسیدند که گندله شدن ذرات به ویسکوزیته مایع بین آنها بستگی دارد. به عنوان تحقیقی دیگر می‌توان به کار میشر (Mishra) و همکاران اشاره نمود که در شبیه‌سازی

<sup>1</sup> Johnson, Kendall and Roberts

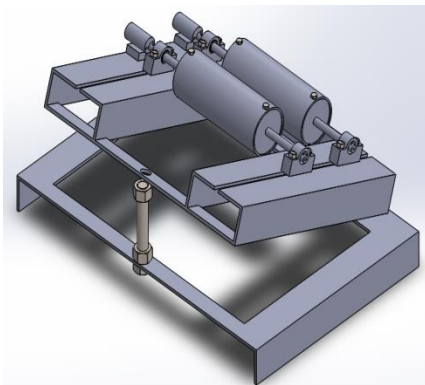
فرآیند تشکیل گندله در استوانه دوار به روش المان گسسته از مدل چسبندگی JKR استفاده شده است [۱۸]. شبیه سازی‌های تحقیق مذکور در فضای دو بعدی حاوی تعداد 5000 ذره دایره‌ای با قطرهای 0.5 mm، 0.75 mm و 1.0 mm صورت پذیرفته است. زمینه دیگری که روش المان گسسته با موفقیت مورد استفاده قرار گرفته شبیه سازی خردایش مواد دانه‌ای بوده که در تجهیزاتی از جمله آسیاب رخ می‌دهد [۱۹-۲۲].

با این مرور تحقیقات، می‌توان نتیجه‌گیری نمود که روش المان گسسته راهکار مناسبی برای مطالعه فرآیندها و ماشین‌های مرتبط با مواد دانه‌ای است. از طرفی، انتشارات بسیار اندک پیرامون مطالعه علمی رفتار سرند غلتکی باعث ابهام در طراحی و تنظیم بهینه آن در حوزه کاربرد شده است. لذا با توجه به گسترش روزافزون کاربرد این تجهیز در صنعت، سرمایه‌گذاری علمی در این رابطه کاملاً توجیه پذیر است. البته باید متذکر شد که از دیدگاه‌های مختلفی می‌توان به مطالعه موضوع پرداخت. در دیدگاه بزرگ مقیاس، تجهیز کامل شامل تعدادی غلتک و توده انبوه گندله‌ها شبیه‌سازی می‌شود در حالی که در دیدگاه کوچک مقیاس با دیدگاه موضعی (Mesoscale)، بر تماس بین گندله با غلتک‌ها تمرکز می‌شود. واقعیت این است که اتفاقات کوچک مقیاس از جمله رفتار تماسی بین هر گندله و غلتک‌ها نقش تعیین‌کننده‌ای در رفتار کلی و نمودهای بزرگ مقیاس سرند و بخصوص کورشدگی آن دارد. لذا در تحقیق جاری به مدل‌سازی با دیدگاه موضعی و شناخت وابستگی حرکت گندله به ویژگی‌های سطحی محل تماس آن با غلتک‌ها پرداخته شده است.

#### توصیف مسئله

طی مدل‌سازی با دیدگاه موضعی می‌توان اتفاقاتی که در محل تماس گندله با غلتک‌ها رخ می‌دهد را با جزئیات بیشتری مطالعه نمود و این موضوع می‌تواند مکمل مطالعه بزرگ مقیاس باشد. از دیدگاه نظری و ایده‌آل انتظار می‌رود

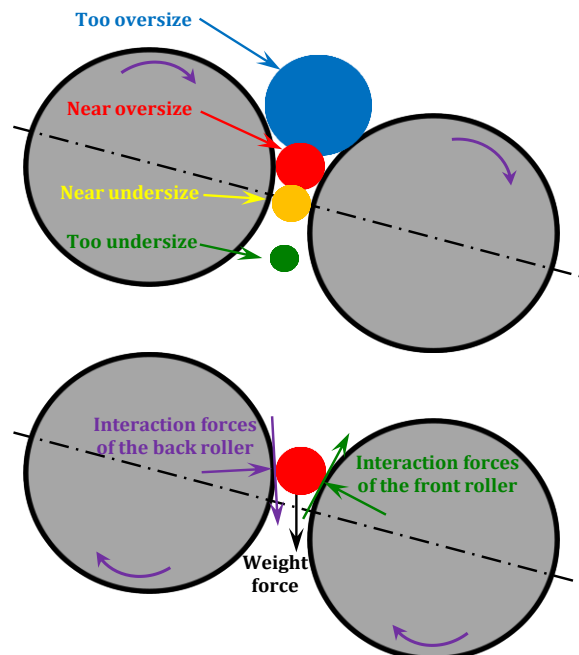
که گندله‌های بزرگتر از اندازه فاصله غلتک‌ها، از روی آنها عبور کرده و از انتهای سرند خارج شوند ولی واقعیت این است که حرکت آنها به سادگی رخ نمی‌دهد بلکه هر گندله ممکن است در دام بین غلتک‌ها گرفتار شده و منجر به گرفتگی (کورشدگی) دهانه شود. در شکل ۱ گندله‌ها با اندازه‌های مختلف نسبت به فاصله بین یک جفت غلتک در چهار گروه شامل خیلی بزرگتر از اندازه (Too oversize) کمی بزرگتر از اندازه (Near oversize)، کمی کوچکتر از اندازه (Near undersize) و خیلی کوچکتر از اندازه (Too undersize) دسته‌بندی شده‌اند. از لحاظ درجه بحرانی بودن و تاثیر آنها بر کور شدگی سرند می‌توان آنها را به این ترتیب درجه‌بندی نمود: ۱- خیلی کوچکتر از اندازه، ۲- خیلی بزرگتر از اندازه، ۳- کمی کوچکتر از اندازه و ۴- کمی بزرگتر از اندازه. درجه ۱ نشان دهنده کمترین تاثیر و درجه ۴ نشان دهنده بیشترین تاثیر است. ذرات خیلی کوچکتر از اندازه، کمترین درجه سختی عبور را دارند چرا که معمولاً در پایین‌ترین لایه قرار گرفته و براحتی از فاصله بین غلتک‌ها عبور می‌کنند و کمترین دردسر را برای فرآیند ایجاد می‌کنند. ذرات خیلی بزرگتر از اندازه نیز در بالا قرار گرفته و در عمق کمتری از فضای گوه‌ای بین غلتک‌ها وارد شده و حرکت آنها در امتداد طول سرند با سهولت نسبتاً خوبی انجام می‌شود. در درجه بحرانی سوم، ذرات کوچکتر نزدیک اندازه قرار می‌گیرند چرا که برای عبور از فاصله بین غلتک‌ها با هر گونه حرکت جانبی به غلتک‌ها برخورد کرده و این تماس حرکت رو به پایین را با مشکل مواجه می‌کند. در بالاترین درجه بحرانی ذرات کمی بزرگتر از اندازه قرار می‌گیرند که در فضای گوه‌ای بین دو غلتک به دام می‌افتند. بدیهیست هر چه اندازه گندله بالای اندازه به اندازه دهانه بین غلتک‌ها نزدیک‌تر باشد احتمال خروج آن از دام کمتر می‌شود. همانگونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، نیروی مماسی بین گندله و غلتک عقب در جهت انتقال آن به



شکل ۲. تجهیز آزمایشگاهی برای مطالعه حرکت گندله بر جفت غلتک دوار.

در این مرحله، قطر غلتک‌ها 70 mm ثابت بوده و آزمایش‌ها با مقادیر مختلف شیب، فاصله بین غلتک‌ها و قطر گندله انجام شده است. لازم به ذکر است که تجربه عملی نشان داد که با وجود شرایط آزمایش یکسان، رفتار حرکتی گندله و امکان خروج آن از دام در هر بار آزمایش لزوماً یکسان نیست. از اینرو به ازای هر حالت خاص چندین بار آزمایش انجام شده و نتایج بصورت درصد گندله‌های خارج شده از دام ثبت گردید. به عنوان نمونه در جدول ۱ خلاصه نتایج مربوط به دو حالت مختلف ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که به ازای اندازه دهانه یکسان با افزایش قطر گندله احتمال خروج آن از دام افزایش یافته است. همچنین مشاهده می‌شود که در هر حالت با افزایش سرعت غلتک‌ها احتمال خروج گندله از دام افزایش یافته

پایین است و از طرف مقابل نیروی مماسی در محل تماس با غلتک جلویی در جهت حرکت آن به سمت بالاست.



شکل ۱. تقسیم‌بندی گندله‌ها از لحاظ میزان نزدیکی به اندازه دهانه و همچنین مولفه‌های نیروی وارد بر یک گندله در دام.

بر اساس تعریف، کار یک نیرو از حاصلضرب داخلی بردار نیرو و بردار جابجایی نقطه اثر آن تعیین می‌شود و قدرت (Power) نیرو از حاصلضرب داخلی بردار نیرو در بردار سرعت نقطه اثر آن حاصل می‌شود. بنابراین، قدرت مولفه‌های نیروی مماسی متناسب با سرعت غلتک‌هاست. با این اوصاف، می‌توان انتظار داشت که سرعت غلتک‌ها نقش تعیین کننده‌ای در امکان خروج گندله از دام داشته باشد. برای اطمینان از عملیاتی بودن و همچنین مفید بودن این ایده، یک روش آزمایش طراحی گردید. برای این منظور یک تجهیز آزمایشگاهی مطابق شکل ۲ ساخته شد که امکان تغییر سرعت غلتک‌ها و مشاهده رفتار حرکتی گندله را فراهم می‌نماید.

$$\frac{\partial^2 \bar{r}_i}{\partial t^2} = \frac{1}{m_i} \bar{F}_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\varphi}_i}{\partial t^2} = \frac{1}{J_i} \bar{M}_i \quad (2)$$

در معادلات (۱) و (۲)،  $\bar{r}_i$ ،  $\bar{\varphi}_i$ ،  $m_i$  و  $J_i$  به ترتیب بیانگر بردار موقعیت، زاویه، جرم و گشتاور دوم اینرسی ذره  $\bar{M}$  می‌باشند. همچنین  $\bar{F}_i$  و  $\bar{M}_i$  به ترتیب برآیند نیرو و گشتاورهای وارد بر ذره  $\bar{M}$  و  $t$  متغیر زمان است. در شبیه‌سازی المان گسسته، نیروها و گشتاورهای وارد بر هر ذره ناشی از تماس آن با سطوح و ذرات دیگر محاسبه شده و با انتگرال‌گیری عددی از معادلات (۱) و (۲) سرعت و موقعیت هر ذره در طی زمان تعیین می‌شود. در شرایطی که اجسام یا ذرات برخورد کننده فاقد جاذبه باشند فقط در اثر برخورد مستقیم نیروی دافعه بین آنها ایجاد می‌شود. با اینحال، در صورت وجود عاملی همچون رطوبت، نیروی چسبندگی بین سطوح ایجاد شده که بصورت جاذبه عمل می‌کند. طی تحقیق جاری، از مدل JKR جهت تعیین نیروی بین ذرات استفاده می‌شود. همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده مدل مذکور از ترکیب مدل چسبندگی با مدل نیروی هرترز توسعه یافته است [۱۶]. بر اساس این مدل، نیروی نرمال بین دو سطح ناشی از رفتار الاستیک و چسبندگی از رابطه (۳) تعیین می‌شود [۲۳].

$$F_{JKR} = \frac{4E^*}{3R^*} a^3 - 4\sqrt{\pi\gamma a^3 E^*} \quad (3)$$

جمله اول و دوم معادله (۳) به ترتیب نشان دهنده اثر دافعه ناشی از برخورد و جاذبه ناشی از اثر چسبندگی بوده و علامت آنها مخالف هم است. در معادله فوق،  $a$  نشان دهنده شعاع ناحیه تماس و  $\gamma$  انرژی چسبندگی سطحی است. همچنین  $E^*$  و  $R^*$  به ترتیب بیانگر ضریب یانگ موثر و شعاع موثر هستند که از روابط (۴) و (۵) تعیین می‌شوند. در این روابط اندیس‌های ۱ و ۲ نشان دهنده شماره دو ذره برخورد کننده است.

است. با این وجود، باید اذعان نمود که با افزایش بیش از اندازه سرعت غلتک‌ها شرایط حفظ تماس گندله برهم خورده و نتایج تکرارناپذیر حاصل می‌شود لذا از ارائه و تفسیر نتایج آن صرفنظر شده است.

جدول ۱. احتمال خروج گندله از دام به ازای مقادیر مختلف سرعت غلتک‌ها

	سرعت غلتک‌ها (rpm)				
	300	270	240	210	180
اندازه دهانه 10 mm و قطر گندله 12 mm	42.8%	14.2%	14.2%	0%	0%
اندازه دهانه 10 mm و قطر گندله 25 mm	75%	75%	60%	40%	20%

با توجه به این نتایج عملی، ایده مطالعه تاثیر سرعت دورانی غلتک‌ها بر حرکت گندله منفرد منطقی به نظر می‌رسد. در این جا کمیتی به عنوان سرعت دورانی بحرانی،  $\omega_c$ ، تعریف می‌شود که اگر غلتک‌ها با آن سرعت دوران کنند گندله از دام خارج می‌شود. البته انتظار می‌رود که مقدار این سرعت بحرانی به ویژگی‌های سطحی از جمله ضرایب اصطکاک لغزشی، مقاومت غلتشی، بازگشت (برجهندگی) و چسبندگی بستگی داشته باشد. مشاهده عینی شرایط واقعی نشان داد که وقتی گندله در دام است حرکت انتقالی و اسپینی آن به صورت تلفیقی رخ داده و ترکیبی از شرایط لغزش و غلتش بر سطوح تماس حاکم است. این پیچیدگی دینامیک حرکت گندله، حل تحلیلی برای تعیین وابستگی احتمالی سرعت دورانی بحرانی به دیگر متغیرها را مشکل می‌سازد. از اینرو، راهکار عددی می‌تواند رویکرد مناسبی برای مدل سازی و شناسایی رفتار این مسئله باشد. در ادامه این تحقیق، با روش المان گسسته این مسئله به ازای شرایط مختلف، شبیه سازی شده و اثر هر کدام از چهار ویژگی فیزیکی سطحی بر روی سرعت بحرانی مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

#### مدل سازی المان گسسته

معادلات (۱) و (۲) تعادل نیرو و گشتاور برای یک ذره را توصیف می‌نماید.

شده و در نتیجه بین آنها نیرو وجود خواهد داشت. از طرفی اگر فاصله بین دو ذره زیاد شود بتدریج نیروی بین آنها کاهش یافته و با رسیدن به فاصله بحرانی  $\delta_c$ ، نیرو به صفر میل می‌کند. باید در نظر داشت حتی در صورت عدم وجود حرکت انتقالی مقاومت غلتشی وجود دارد که گشتاور مربوطه از رابطه (۷) تعیین می‌گردد.

$$\vec{T}_i^R = \mu_r F_n R^* \hat{\omega}_{rel} \quad (7)$$

در معادله (۷)، ضریب مقاومت غلتشی و  $\hat{\omega}_{rel}$  بردار یکه سرعت زاویه ای نسبی بین ذره  $i$  و ذره مقابل بوده و از رابطه (۸) تعیین می‌شود.

$$\hat{\omega}_{rel} = \hat{n} \times \frac{\vec{v}_{rel}}{|\vec{v}_{rel}|} \quad (8)$$

در رابطه (۸)،  $\hat{n}$  بیانگر بردار نرمال یکه قائم مشترک دو ذره برخورد کننده است.

### نتایج عددی و بحث

جهت انجام مطالعه عددی، حرکت یک گندله با اندازه کمی بزرگتر از اندازه دهانه بین یک جفت غلتک (به عنوان بحرانی‌ترین مورد) مد نظر قرار می‌گیرد. در واقع، به ازای هر مقدار از ویژگی‌های سطحی حداقل سرعت غلتک‌ها که به ازای آن گندله بتواند از دام خارج شود با اجرای شبیه‌سازی‌های لازم تعیین می‌شود. در اینجا از نرم افزار EDEM جهت اجرای شبیه‌سازی‌های عددی استفاده شده است [۲۴]. از نظر اجرایی، برای محدوده ای از مقادیر مختلف از متغیرهای مسئله که در جدول ۲ ارائه گردیده شبیه‌سازی جهت تعیین سرعت بحرانی انجام شده است. برای این منظور، به ازای هر مسئله خاص تعدادی شبیه‌سازی با مقادیر مختلف سرعت دورانی غلتک‌ها انجام شده و از بین آنها حداقل سرعت دورانی که منجر به خروج گندله از دام گردیده به عنوان سرعت بحرانی استخراج شده است.

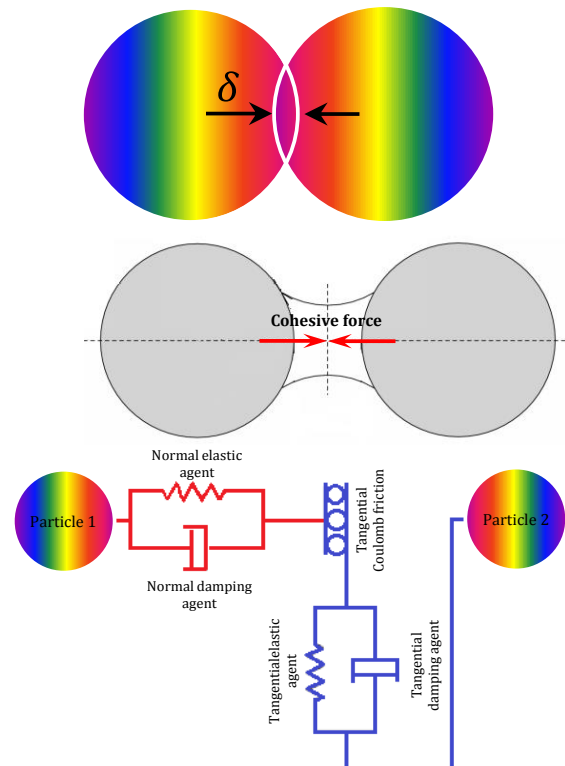
$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (5)$$

در معادلات (۴) و (۵)،  $E_1$  و  $E_2$  به ترتیب مدول یانگ دو جسم برخورد کننده،  $\nu_1$  و  $\nu_2$  ضرایب پواسن آنها و  $R_1$  و  $R_2$  شعاع انحناهای آنها در نقطه تماس است. از منظر محاسباتی، با داشتن مقدار تداخل موثر،  $\delta$ ، بین دو ذره برخورد کننده که در شکل ۳ قابل مشاهده است، می‌توان شعاع ناحیه تماس را با رابطه (۶) محاسبه نمود.

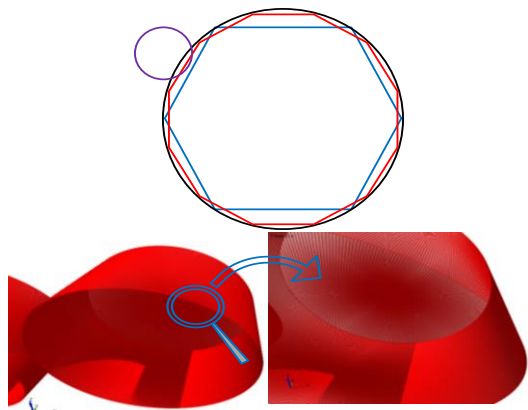
$$\delta = \frac{a^2}{R^*} - \sqrt{\frac{4\pi\gamma a}{E^*}} \quad (6)$$

با حذف اثر چسبندگی  $\gamma$  در معادله (۶) رابطه‌ی هندسی بین میزان تداخل و شعاع ناحیه تماس بدست می‌آید.



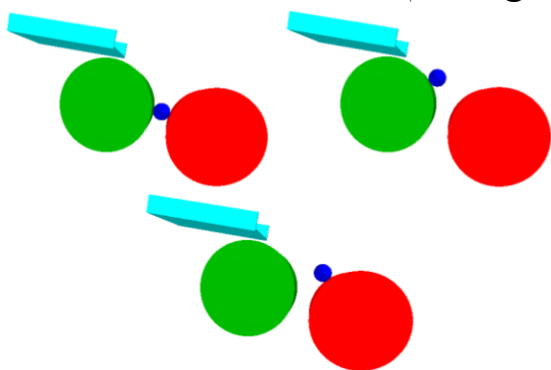
شکل ۳. نمای سمبلیک نیروی دفعه ناشی از برخورد و جاذبه ناشی از چسبندگی بین ذرات و همچنین المان‌های رابط.

بنابراین همانگونه که انتظار می‌رود حتی در صورت وجود فاصله بین ذرات مقدار شعاع ناحیه تماس غیرصفر برآورد



شکل ۴. تفاوت تاثیر مش‌بندی سطح غلتک در تشخیص تماس با گندله و انتخاب مش‌بندی مطلوب برای شبیه‌سازی‌ها.

پارامتر دیگر موثر بر دقت شبیه‌سازی، اندازه گام زمانی (Time step) در انتگرال‌گیری عددی است [۲۵]. در این تحقیق، آنالیز حساسیت به گام زمانی انجام و در نهایت با انتخاب گام زمانی  $6.08850863599 \mu s$  شبیه‌سازی‌ها اجرا گردید. در واقع این مقدار معادل 0.5% گام زمانی ریلی (Rayleigh) است [۲۴، ۲۵]. لازم به ذکر است که در اینجا از روش انتگرال‌گیری عددی اوپلر استفاده شده و در طی هر شبیه‌سازی گام زمانی ثابت بوده است. در شکل ۵، سه تصویر از مدل سازی مسئله در سه حالت مختلف ارائه شده که به ترتیب نشان دهنده حرکت گندله بر روی غلتک اول به سمت پایین، افتادن در دام و در نهایت خروج آن از دام می‌باشد.



شکل ۵. تصویر جفت غلتک و یک گندله کمی بزرگتر از اندازه در سه حالت ورود، در دام و خروج از دام.

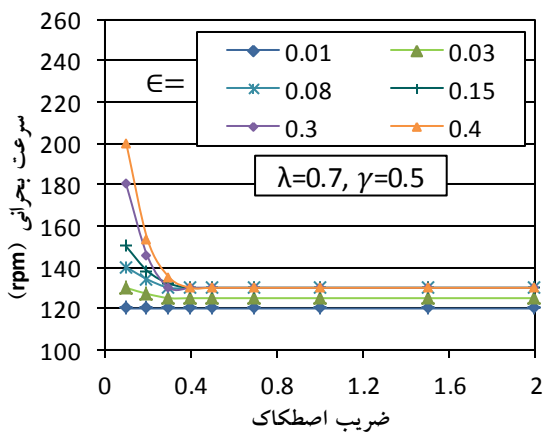
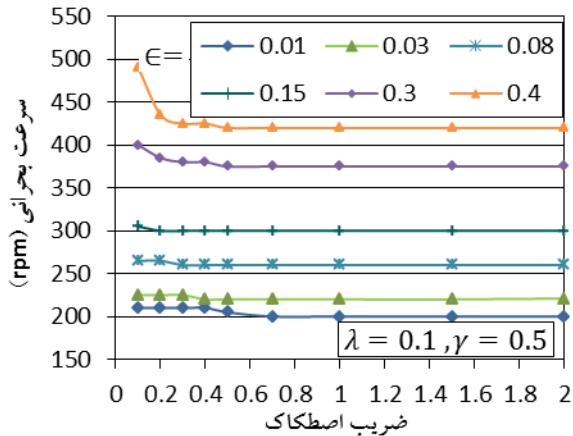
مطالعه اثر ضریب اصطکاک لغزشی و ضریب بازگشت در شکل ۶ نمودارهای تغییرات سرعت دورانی بحرانی غلتک‌ها بر حسب ضریب اصطکاک لغزشی به ازای مقادیر

جدول ۲. محدوده مقادیر متغیرهای اصلی در شبیه‌سازی‌های عددی

مقدار یا محدوده	نشانه (واحد)	نام متغیر
85	$d_R (mm)$	قطر غلتک
17	$d_p (mm)$	قطر گندله
16	$b (mm)$	اندازه دهانه بین غلتک‌ها
$5^\circ$	$\theta$	زاویه شیب
3150	$\rho \left(\frac{kg}{m^3}\right)$	دانشیه گندله
0.1, 0.5, 1.5	$\gamma (J/m^2)$	ضریب چسبندگی
0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 1.0, 1.5, 2.0	$\lambda$	ضریب مقاومت غلتشی
0.01, 0.02, 0.03, 0.05, 0.08, 0.1, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40	$\epsilon$	ضریب بازگشت
0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 1.0, 1.5, 2.0	$\mu$	ضریب اصطکاک لغزشی

در یک تحلیل عددی، پارامترهای مختلفی بر دقت نتایج تاثیر گذار هستند که از جمله می‌توان به مش‌بندی سطوح، گام زمانی و تقسیم‌بندی فضای محاسباتی اشاره نمود. واقعیت این است که در شبیه‌سازی المان گسسته، سطوح منحنی با کنار هم قرار گرفتن تعدادی سطوح کوچک مسطح مثلثی معادل‌سازی می‌شود. می‌توان گفت این مرحله معادل گام مش زنی (Meshing) در روش المان محدود است. در مسئله جاری، غلتک‌ها عضو اصلی بوده و بر اساس شکل ۴ مش‌بندی آنها می‌تواند تاثیر قابل توجهی بر نتایج داشته باشد. همانگونه که مشاهده می‌شود در حالی که یک گندله در یک موقعیت مشخص قرار گرفته ولی به ازای دو نوع مش‌بندی مختلف، دو نوع برخورد متفاوت اتفاق افتاده که قطعاً نتایج عددی آنها متفاوت است. طی حل عددی مشخص شد که با ریزتر شدن مش‌بندی سرعت محاسبات کاهش یافته و نتایج متفاوتی نیز حاصل می‌گردد. از اینرو برای رسیدن به حداکثر دقت، کوچکترین المان ممکن به نحوی انتخاب شد که با ریزتر شدن مش تفاوت محسوسی در نتایج رخ ندهد.

لغزشی می‌توان گفت که با افزایش آن، تماس با غلتک جلویی باعث انتقال بهتر گندله و خروج آن از دام می‌شود ولی وقتی ضریب اصطکاک بیش از حداقل لازم باشد تاثیر اضافه ای در بهبود انتقال گندله ندارد.



شکل ۶. نمودارهای وابستگی سرعت بحرانی غلتک به ضریب اصطکاک لغزشی.

به منظور یافتن تابعی ریاضی برای بیان وابستگی سرعت بحرانی به ضریب اصطکاک، توابع مختلف کتابخانه‌های برازش منحنی [۲۶] مورد بررسی قرار گرفته و مشخص شد که تابع توانی (۹) و تابع نمایی (۱۰) کاندیداهای بالقوه مناسب‌تری برای این منظور هستند. در واقع این توابع با کمترین تعداد جملات (ضرایب ثابت مجهول) به فرم توزیع نتایج نزدیک هستند و در عین حال شاخص‌های نیکویی برازش را برآورده می‌نمایند. به عنوان نمونه در شکل ۷ دو تابع مذکور به همراه نتایج عددی مربوط به دو

مختلف ضریب بازگشت و دو مقدار مختلف ضریب مقاومت غلتشی ترسیم شده است. ملاحظه می‌شود که در هر دو مجموعه نمودارها، با افزایش ضریب اصطکاک لغزشی تا حدود ۰.۳ سرعت دورانی بحرانی کاهش داشته ولی پس از آن در همه حالات، وابستگی به ضریب اصطکاک لغزشی تقریباً وجود ندارد. پس می‌توان گفت پس از عبور ضریب اصطکاک لغزشی از مقدار مذکور این متغیر تاثیر چندانی در خروج گندله از دام ندارد. نتیجه گیری دیگر این است که با کاهش ضریب بازگشت، وابستگی به ضریب اصطکاک لغزشی نیز تضعیف شده است. مقایسه دو دسته نمودارها، نشان می‌دهد وقتی ضریب مقاومت غلتشی کم است ( $\lambda = 0.1$ )، محدوده سرعت دورانی بحرانی بین ۲۰۰ rpm تا ۵۵۰ rpm بوده در حالی که با افزایش این ضریب به ۰.۷ محدوده سرعت دورانی بحرانی بین ۱۲۰ rpm تا ۲۰۰ rpm قرار گرفته که کاهش قابل توجهی را نشان می‌دهد. پس با افزایش ضریب مقاومت غلتشی مقدار سرعت بحرانی تا حد زیادی کاهش یافته است. یک مقایسه دیگر نشان می‌دهد که در مقاومت غلتشی کوچکتر ( $\lambda = 0.1$ ) تفاوت بین نمودارها قابل توجه است و به بیانی دیگر در این حالت تاثیر ضریب بازگشت نمود بیشتری دارد. از طرف دیگر وقتی مقاومت غلتشی بزرگ بوده ( $\lambda = 0.7$ ) منحنی‌ها خیلی به هم نزدیک شده‌اند که بیانگر کاهش وابستگی به ضریب بازگشت است. این بدان معناست که اگر مقاومت غلتشی به میزان کافی بزرگ باشد تاثیر ضرایب بازگشت و اصطکاک لغزشی به شدت کاهش یافته و تقریباً از بین رفته است. نکته قابل توجه دیگر این است که وقتی مقاومت غلتشی کوچک است هرچند وابستگی به ضریب بازگشت قابل توجه است ولی وابستگی به ضریب اصطکاک لغزشی خیلی کم است. از طرفی دیگر، وقتی ضریب بازگشت بزرگ است، وابستگی به ضریب بازگشت تضعیف شده ولی وابستگی به ضریب اصطکاک لغزشی مقداری تقویت شده است. در توجیه فیزیکی تاثیر ضریب اصطکاک



نوع تابع، ضریب ثابت  $a$  با افزایش ضریب بازگشت افزایش یافته است. بعلاوه ضریب ثابت  $b$  نیز در یک بازه محدود تغییر دارد و ثابت  $c$  نیز در یک محدوده خیلی بسته قرار دارد.

جدول ۳. ضرایب و معیارهای نیکویی برازش به ازای دو تابع توانی و نمایی برای توصیف ارتباط سرعت بحرانی به ضریب اصطکاک لغزشی (سایر شرایط:  $\lambda = 0.7, \gamma = 0.5$ )

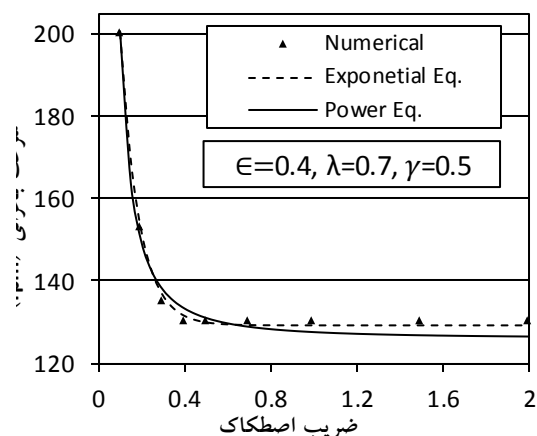
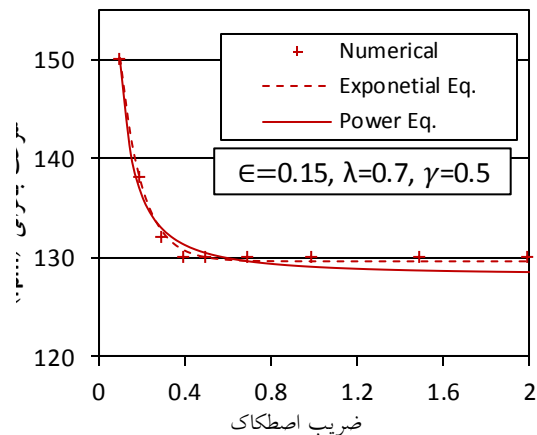
$\epsilon$	Fitted Eq.	$R^2$	RMS E	$a$	$b$	$c$
0.03	Power	0.96	0.44	0.146	1.57	124.6
	Exp.	0.98	0.31	5.16	10.74	124.9
0.08	Power	0.96	0.88	0.29	1.57	129.2
	Exp.	0.98	0.63	30.3	10.74	129.8
0.15	Power	0.98	1.23	0.84	1.41	128.2
	Exp.	0.99	0.61	54.6	9.79	129.6
0.25	Power	0.98	2.62	0.65	1.81	127.9
	Exp.	0.98	1.73	139.8	12.28	129.3
0.30	Power	0.98	2.92	0.64	1.91	127.7
	Exp.	0.99	1.88	185.5	12.92	129.3
0.35	Power	0.99	2.83	0.89	1.85	127.2
	Exp.	0.99	1.45	214.2	12.57	129.3
0.40	Power	0.99	3.19	1.56	1.68	126
	Exp.	0.99	1.30	223.5	11.46	129.2

هر چند با کمک نمودارهای قبلی نیز می‌توان به تاثیر ضریب بازگشت بر سرعت دورانی بحرانی غلتک‌ها پی برد ولی به منظور وضوح بهتر، نمودارهای وابستگی مستقیم سرعت بحرانی به ضریب بازگشت به ازای دو مقدار مختلف ضریب مقاومت غلتشی در شکل ۸ ارائه شده است. ملاحظه می‌شود در حالتی که مقاومت غلتشی کم است ( $\lambda = 0.1$ ) تفاوت بین نمودارها کم بوده و البته مقدار سرعت بحرانی زیاد است. براساس این نتایج، سرعت بحرانی با افزایش ضریب بازگشت افزایش می‌یابد ولی با افزایش مقاومت غلتشی محدوده تغییرات سرعت بحرانی، شدیداً کاهش یافته است. در عین حال ملاحظه می‌شود که با افزایش ضریب اصطکاک لغزشی به بزرگ‌تر

حالت مختلف ارائه شده است. ملاحظه می‌گردد که تابع نمایی با خطای کمتری نتایج را پیش‌بینی می‌کند.

$$\omega_c = a\mu^{-b} + c \quad (9)$$

$$\omega_c = ae^{-b\mu} + c \quad (10)$$



شکل ۷. مقایسه نیکویی برازش توابع نمایی و توانی بر نتایج عددی وابستگی سرعت بحرانی به ضریب اصطکاک به ازای دو حالت مختلف مسئله.

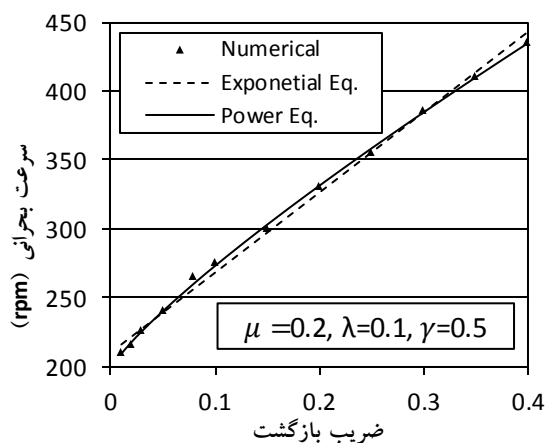
به منظور رتبه‌بندی کمی و دقیقتر میزان نیکویی برازش این دو نوع تابع، مقادیر ریشه میانگین مجموع مربعات خطا،  $RMSE$ ، و ضریب تعیین،  $R^2$ ، آنها مقایسه و خلاصه نتایج مربوط به حالات مختلف در جدول ۳ ارائه شده است. بر این اساس می‌توان رتبه نسبتاً بهتری را برای تابع نمایی داد هر چند اختلاف آنها ناچیز است. جالبست که در هر دو

از نظر تابعیت ریاضی وابستگی سرعت بحرانی به ضریب بازگشت، برازش منحنی‌های مختلف مورد مقایسه قرار گرفت و مشخص شد که توابع توانی و نمایی با تعداد سه ثابت به فرم معادلات (۱۱) و (۱۲) با دقت خوبی بر نتایج عددی انطباق دارند.

$$\omega_c = a \epsilon^b + c \quad (11)$$

$$\omega_c = a e^{b\epsilon} + c \quad (12)$$

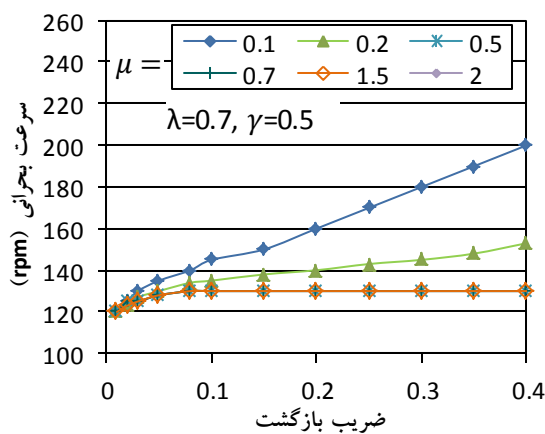
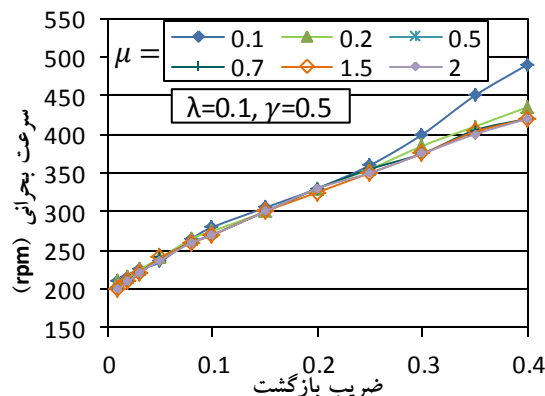
به منظور مشاهده و مقایسه بهتر برازش داده‌ها نمونه‌هایی از هر دو نوع تابع در شکل ۹ ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که اختلاف بین پیش‌بینی‌های دو تابع ناچیز است هر چند در بخشی از دامنه تابع توانی دقت بهتری نشان می‌دهد.



شکل ۹. مقایسه نیکویی برازش توابع نمایی و توانی بر نتایج عددی وابستگی سرعت بحرانی به ضریب بازگشت به ازای دو حالت مختلف مسئله.

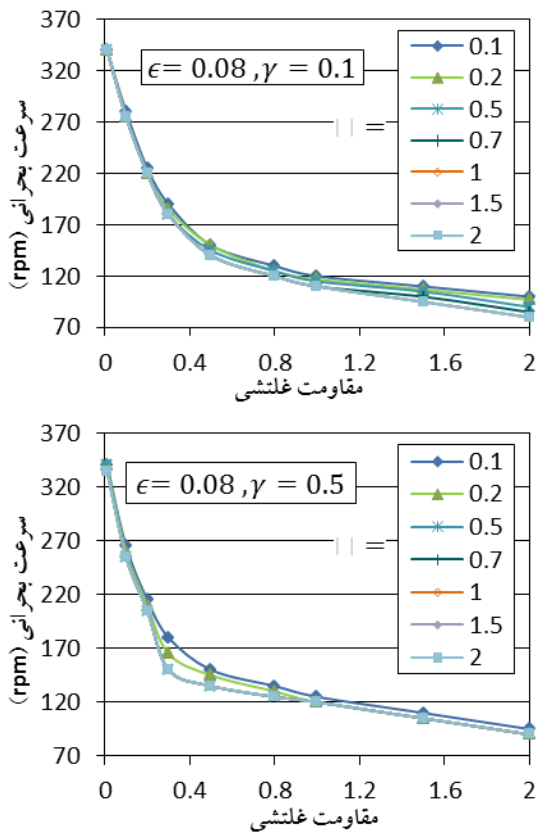
در این جا نیز بر اساس شاخص‌های ریشه میانگین مجموع مربعات خطا، RMSE، و ضریب تعیین،  $R^2$ ، میزان نیکویی برازش توابع مورد مقایسه قرار گرفته و خلاصه نتایج در جدول ۴ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که در بیشتر موارد تابع توانی با دقت نسبتاً بهتری برازش را انجام داده است هر چند این برتری قابل توجه نیست. همچنین ملاحظه می‌شود که تغییرات ضرایب ثابت هر دو نوع تابع نیز از یک روند معنی‌دار پیروی می‌کند و با افزایش ضریب اصطکاک تقریباً ثابت شده‌اند.

از 0.2، نمودارها تقریباً بر هم منطبق شده و وابستگی به ضریب بازگشت نیز بسیار تضعیف شده است. پس می‌توان گفت با افزایش ضریب اصطکاک لغزشی و مقاومت غلتشی اثر ضریب بازگشت کاهش می‌یابد. در مورد تفسیر فیزیکی تاثیر ضریب بازگشت، می‌توان گفت با کاهش ضریب بازگشت اثر بر جهندگی گندله از روی غلتک‌ها کاهش یافته و گندله تمایل بیشتری برای حفظ تماس با غلتک‌ها دارد و در نتیجه چرخش غلتک‌ها می‌تواند گندله را انتقال دهد. از طرف مقابل با افزایش این ضریب، گندله تمایل بیشتری برای جدا شدن از سطح غلتک پیدا کرده و امکان انتقال آن توسط غلتک جلویی کاهش می‌یابد. البته تاکید می‌گردد وقتی سایر ویژگی‌های سطحی از جمله اصطکاک لغزشی و مقاومت غلتشی به اندازه کافی بزرگ باشند نقش آنها برای انتقال گندله تقویت شده و از اینرو تاثیر ضریب بازگشت کاهش می‌یابد.



شکل ۸. نمودارهای وابستگی سرعت بحرانی غلتک به ضریب بازگشت.

قابلیت غلتک جلویی در بالا بردن گندله و خروج از دام تقویت می‌شود.



شکل ۱۰. نمودارهای وابستگی سرعت بحرانی غلتک به ضریب مقاومت غلتشی.

#### مطالعه اثر ضریب چسبندگی

به منظور تکمیل مطالعه، وابستگی مستقیم سرعت دورانی بحرانی به ضریب چسبندگی به ازای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک و مقاومت غلتشی در قالب نمودارهای شکل ۱۱ ارائه شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود، تاثیر ضریب اصطکاک لغزشی در هیچ کدام از دسته نمودارها قابل توجه نیست. از طرف دیگر، با مقایسه دسته نمودارهای مربوط به مقادیر مختلف مقاومت غلتشی مشخص می‌شود که با افزایش ضریب مذکور نمودارها به سمت پایین میل کرده‌اند که نشان دهنده کاهش سرعت بحرانی است. بعلاوه، این نمودارها بیانگر تاثیر نسبتاً کم ضریب چسبندگی بر سرعت بحرانی است. البته این تاثیر

جدول ۴. تابع پیشنهاد شده برای توصیف ارتباط سرعت بحرانی به ضریب بازگشت و ضرایب ثابت آن به ازای مقادیر مختلف مقاومت غلتشی (سایر شرایط:  $\lambda = 0.1, \gamma = 0.5$ ).

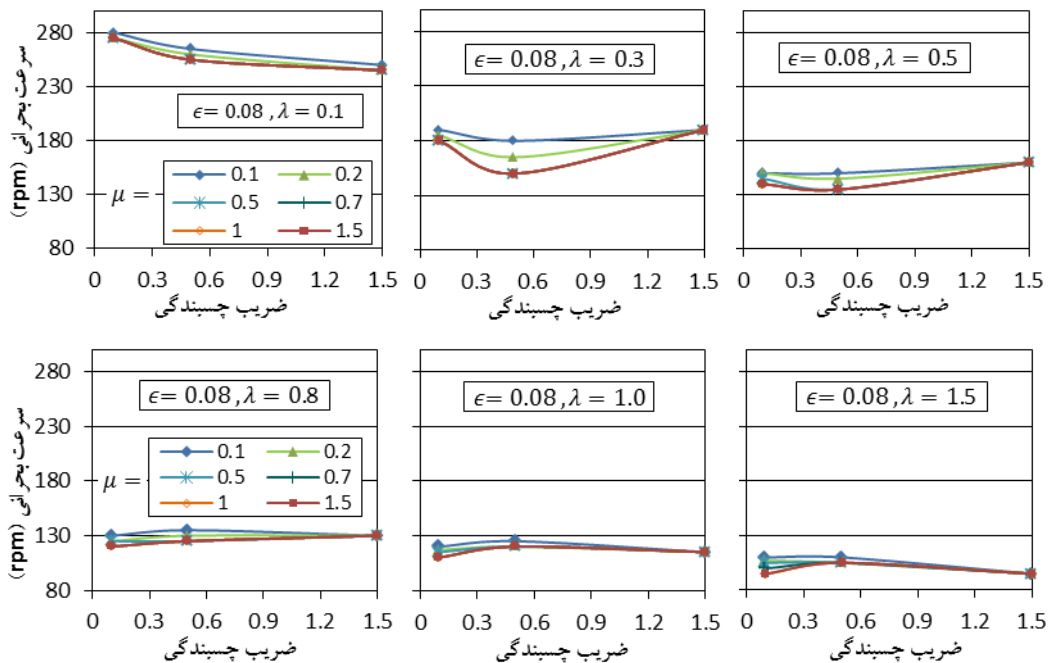
$\mu$	Fitted Eq.	$R^2$	RMSE	$a$	$b$	$c$
0.1	Power	0.99	8.93	764	1.12	210
	Exp.	0.99	7.26	536	1.04	-327
0.2	Power	0.999	2.61	507	0.83	198
	Exp.	0.99	5.94	$2.43 \times 10^4$	0.024	$-2.41 \times 10^4$
0.7	Power	0.999	2.56	458	0.71	182
	Exp.	0.98	9.14	$7.69 \times 10^5$	0.007	$-7.69 \times 10^5$
1.5	Power	0.999	2.32	460	0.73	185
	Exp.	0.99	8.36	$1.35 \times 10^5$	0.004	$-1.34 \times 10^5$

#### مطالعه اثر ضریب مقاومت غلتشی در سطح غلتک‌ها

به منظور مطالعه اثر ضریب مقاومت غلتشی بر سرعت دورانی بحرانی، شبیه سازی‌های لازم به ازای مقادیر مختلف ضریب مقاومت غلتشی انجام شد. بخشی از نتایج حاصل در قالب نمودار در شکل ۱۰ ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب مقاومت غلتشی، سرعت بحرانی غلتکها به شدت و بصورت غیر خطی کاهش یافته است. جالبست که با افزایش ضریب اصطکاک لغزشی سرعت بحرانی مقداری کاهش یافته است. البته با مقایسه دو دسته نمودار مشخص می‌شود که با افزایش ضریب چسبندگی از 0.1 به 0.5 تفاوت بین نمودارها کاهش یافته است. هر چند نمودارهای مربوط به ضریب چسبندگی بالاتر ارائه نشده ولی تاکید می‌گردد که با افزایش بیشتر این ضریب اختلاف بین نمودارها کاهش بیشتری داشته و تقریباً بر هم منطبق می‌شوند. بر اساس این دسته نمودارها می‌توان نتیجه گرفت که تاثیر ضریب مقاومت غلتشی نسبت به اثر ضرایب چسبندگی و اصطکاک لغزشی بسیار بیشتر است. در توجیه فیزیکی چنین رفتاری می‌توان به تاثیر مثبت ضریب مقاومت غلتشی بر سطح تماس گندله با غلتک اشاره نمود که بواسطه آن

که چسبندگی به غلتک جلویی و عقبی به ترتیب نقش مثبت و منفی در خروج گندله از دام دارند و این تضاد می‌تواند منجر به شکل‌گیری نقطه اکسترموم گردد. البته این نقش‌های متضاد برای سایر ضرایب نیز مطرح است ولی از آنجایی که نمودارهای مربوطه یکنوا صعودی یا نزولی بوده پس یکی از نقش‌ها غالب بوده است. در مجموع می‌توان این‌طور نتیجه‌گیری نمود که چسبندگی، اصطکاک لغزشی و مقاومت غلتشی در غلتک جلویی برای انتقال گندله به جلو نقش مثبت داشته و در غلتک عقبی نقشی منفی ایفا می‌کند، لذا اگر اثر برآیند این ضرایب از حدی بیشتر باشند نقش مثبت غلتک جلویی برای انتقال گندله افزایش یافته و سرعت دورانی بحرانی کاهش می‌یابد ولی اگر برآیند آنها از حد بهینه فراتر رود تاثیر منفی غلتک عقب بیشتر شده و سرعت بحرانی افزایش می‌یابد.

کم را نمی‌توان بصورت مطلق در جهت افزایش سرعت بحرانی یا کاهش آن تلقی نمود چرا که در مقادیر کم مقاومت غلتشی نمودارها تغییرات کاهشی دارند ولی با افزایش مقاومت غلتشی به 0.3 و سپس به 0.5 نمودارها در ابتدا سیر نزولی داشته و سپس روال صعودی پیدا کرده‌اند. ملاحظه می‌شود که با افزایش بیشتر مقاومت غلتشی، نمودارها تقریباً بر هم منطبق شده و وابستگی به ضریب چسبندگی و ضریب اصطکاک لغزشی به شدت کاهش یافته است. بنابراین این مجموعه نمودارها نیز موید تاثیر بیشتر مقاومت غلتشی نسبت به دیگر ویژگی‌های سطحی از جمله ضریب اصطکاک و ضریب چسبندگی است. یک نکته قابل توجه در نمودارهای وابستگی به ضریب چسبندگی، وجود نقطه اکسترمم در برخی از آنهاست در حالی که نمودارهای مربوط به سایر ویژگی‌های سطحی همواره سیر صعودی یا نزولی دارند. در مورد تفسیر فیزیکی چنین رفتاری باید به این واقعیت اشاره نمود



شکل ۱۱. نمودارهای وابستگی سرعت بحرانی غلتک‌ها به ضریب چسبندگی به ازای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک و مقاومت غلتشی.

سرعت دورانی غلتک‌ها از یک مقدار آستانه‌ای بیشتر باشد که در اینجا سرعت بحرانی غلتک‌ها نامیده شد. به ازای مقادیر مختلف ضرایب اصطکاک لغزشی، مقاومت غلتشی،

## نتایج

طبق نتایج عددی حاصل از شبیه‌سازی‌های المان گسسته، به طور کلی برای خروج گندله از دام بین دو غلتک بایستی

*Simulations*, Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review, (2019) 1-12.

3. P.A. Cundall, O.D. Strack, *A discrete numerical model for granular assemblies*, Geotechnique, 29 (1979) 47-65.

4. P.W. Cleary, *DEM prediction of industrial and geophysical particle flows*, Particuology, 8 (2010) 106-118.

5. A. Jafari, V. Saljooghi Nezhad, *Employing DEM to study the impact of different parameters on the screening efficiency and mesh wear*, Powder Technology, 297 (2016) 126-143.

6. A. Aghlmandi Harzanagh, E.C. Orhan, S.L. Ergun, *Discrete element modelling of vibrating screens*, Minerals Engineering, 121 (2018) 107-121.

7. H. Kruggel-Emden, F. Elskamp, *Modeling of Screening Processes with the Discrete Element Method Involving Non-Spherical Particles*, Chemical Engineering & Technology, 37 (2014) 847-856.

8. F. Elskamp, H. Kruggel-Emden, *Review and benchmarking of process models for batch screening based on discrete element simulations*, Advanced Powder Technology, 26 (2015) 679-697.

9. G.W. Delaney, R.D. Morrison, M.D. Sinnott, S. Cummins, P.W. Cleary, *DEM modelling of non-spherical particle breakage and flow in an industrial scale cone crusher*, Minerals Engineering, 74 (2015) 112-122.

10. T. Zhao, F. Dai, N.W. Xu, Y. Liu, Y.J.G.M. Xu, *A composite particle model for non-spherical particles in DEM simulations*, Granular Matter, 17 (2015) 763-774.

11. G. Lu, J.R. Third, C.R. Müller, *Discrete element models for non-spherical particle systems: From theoretical developments to applications*, Chemical Engineering Science, 127 (2015) 425-465.

12. Y. He, T.J. Evans, Y.S. Shen, A.B. Yu, R.Y. Yang, *Discrete modelling of the compaction of non-spherical particles using a multi-sphere approach*, Minerals Engineering, 117 (2018) 108-116.

13. A. Jafari, R. Abbasi Hattani, *Investigation of parameters influencing erosive wear using DEM*, Friction, 8 (2020) 136-150.

14. H. Zhang, Y. Tan, D. Yang, F.X. Trias, S. Jiang, Y. Sheng, A. Oliva, *Numerical investigation of the location of maximum erosive wear damage in elbow: Effect of slurry*

بازگشت و چسبندگی شبیه سازی‌های عددی انجام و سرعت بحرانی غلتک‌ها تعیین گردید. نتایج عددی نشان داد که افزایش ضریب بازگشت منجر به سخت‌تر شدن خروج گندله از دام بین غلتک‌ها می‌شود. از طرف مقابل، مشخص شد که با افزایش ضریب اصطکاک لغزشی و ضریب مقاومت غلتشی حرکت گندله جهت خروج آن از دام بین غلتک‌ها تسهیل و از اینرو سرعت بحرانی کاهش می‌یابد. در مورد تاثیر ضریب چسبندگی بر سرعت بحرانی مشخص شد که وابستگی آن همواره صعودی یا نزولی نبوده بلکه متناسب با مقدار ضرایب اصطکاک لغزشی و مقاومت غلتشی می‌تواند صعودی، نزولی یا تقریباً ثابت باشد. افزایش هر سه ضریب چسبندگی، اصطکاک لغزشی و مقاومت غلتشی باعث تماس بیشتر گندله با غلتک‌ها شده ولی این تماس در محل غلتک جلو و عقب نقشی متضاد دارند. در واقع، غلتک جلو اثر مثبتی بر خروج گندله از دام داشته در حالی که تماس با غلتک عقب نقشی منفی ایفا نموده و احتمال ماندگاری گندله در دام را افزایش می‌دهد. با این اوصاف، این ضرایب تاثیر همزمان مثبت و منفی بر خروج گندله از دام دارند ولی مشخص شد که اثر ضریب مقاومت غلتشی خیلی بیشتر از بقیه و همواره مثبت است و افزایش آن باعث کاهش سرعت بحرانی می‌شود. هر چند افزایش ضریب اصطکاک لغزشی نیز باعث کاهش سرعت بحرانی می‌شد ولی تاثیر آن فقط تا مقدار حدود 0.3 بوده و پس از آن تاثیر آن ناچیز شده است.

## مراجع

1. B.B. e Silva, E.R. da Cunha, R.M. de Carvalho, L.M. Tavares, *Modeling and simulation of green iron ore pellet classification in a single deck roller screen using the discrete element method*, Powder Technology, 332 (2018) 359-370.

2. B.B. e Silva, E.R. da Cunha, R.M. de Carvalho, L.M. Tavares, *Improvement in Roller Screening of Green Iron Ore Pellets by Statistical Analysis and Discrete Element*

- velocity, bend orientation and angle of elbow*, Powder Technology, 217 (2012) 467-476.
15. M.S. Powell, N.S. Weerasekara, S. Cole, R.D. LaRoche, J. Favier, *DEM modelling of liner evolution and its influence on grinding rate in ball mills*, Minerals Engineering, 24 (2011) 341-351.
16. K.L. Johnson, K. Kendall, A.D. Roberts, *Surface energy and the contact of elastic solids*, Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 324 (1971) 301.
17. G. Lian, C. Thornton, M.J. Adams, *Discrete particle simulation of agglomerate impact coalescence*, Chemical Engineering Science, 53 (1998) 3381-3391.
18. B.K. Mishra, C. Thornton, D. Bhimji, *A preliminary numerical investigation of agglomeration in a rotary drum*, Minerals Engineering, 15 (2002) 27-33.
19. P.W. Cleary, *Recent advances in dem modelling of tumbling mills*, Minerals Engineering, 14 (2001) 1295-1319.
20. P. Cleary, *Modelling comminution devices using DEM*, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 25 (2001) 83-105.
21. S. Ishihara, R. Soda, J. Kano, F. Saito, K. Yamane, *DEM Simulation of Autogenous Grinding Process in a Tumbling Mill*, Journal of the Society of Powder Technology, Japan, 48 (2011) 829-833.
22. L.M. Tavares, *A Review of Advanced Ball Mill Modelling*, KONA Powder and Particle Journal, 34 (2017) 106-124.
23. O. Baran, A. DeGennaro, E. Ramé, A. Wilkinson, *DEM Simulation of a Schulze Ring Shear Tester*, AIP Conference Proceedings, 1145 (2009) 409-412.
24. <https://www.edemsimulation.com>, 2019.
25. C. O'Sullivan, D. Bray Jonathan, *Selecting a suitable time step for discrete element simulations that use the central difference time integration scheme*, Engineering Computations, 21 (2004) 278-303.
26. *Curve fitting toolbox : for use with MATLAB® : user guide*, MathWorks, 2016.