

حل عددی مدل تماس الاستیک بین سطوح تخت زبر با استفاده از تکنیک FFT

ژیاوه قریشی، داود جلالی وحید

دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی سهند

چکیده

حل عددی کامل جهت تماس الاستیک از نوع خشک برای دو سطح تخت زبر با استفاده از تکنیک FFT ارایه شده است. مطالعه کیفیت سطوح بدست آمده در روش های مختلف تولید مستلزم شبیه سازی زبری سطوح و نوع تماس خواهد بود. در این تحقیق ابتدا زبری سطح، بصورت تصادفی با توزیع گاوسی و با استفاده از تکنیک FFT مدلسازی شده است. با استفاده از نفوذ زبری های دو سطح نسبت به هم و الگوریتم تبدیل فوریه سریع FFT، پارامترهایی از قبیل توزیع فشار، تغییر شکل سطح، مقدار و توزیع سطح واقعی تماس و فشار میانگین وارده بر سطح زبر بدست آمده است. همچنین اثرات پارامترهای سطح از قبیل میانگین مربعات سطح و طول همبستگی سطح و پارامتر ماده یا مدول الاستیسیته دو جسم در حال تماس را روی پارامترهای مهمی از قبیل فشار میانگین وارده بر سطح و سطح تماس واقعی بررسی شده است. مقایسه ای نیز جهت اطمینان از انجام کار برای تماس دو سطوح تخت انجام گرفته است. در پایان لازم است اشاره شود که بکارگیری تکنیک FFT در مسایل مربوط به شبیه سازی سطح و تماس زمان انجام محاسبات را بسیار پایین آورده و از دقت مطلوبی برخوردار می باشد.

واژه‌های کلیدی: تماس، زبری، توزیع گاوسی، سطح واقعی تماس، تبدیل فوریه سریع.

Numerical solution of elastic contact model between rough flat surfaces by FFT techniques

Zh. Ghoreishi, D. Jalali –Vahid

Sahand University of Technology, Department of Mechanical Engineering

Abstract FFT techniques were employed to develop a full numerical solution for analyzing the elastic dry contact of two flat rough surfaces. The study of the quality of surfaces produced by different production methods required the simulation of the roughness of contacting surfaces and also the kind of contact. By assuming that the roughness and distribution of the contacting surfaces were random and Gaussian, the FFT method was used to simulate them. Considering the penetration of asperities of contacting surfaces to each other, parameters such as pressure distribution, surface deflection, real contact area, its distribution as well as mean pressure on the surface were computed. The effect of simulated surface specifications such as average roughness R_q , correlation length β^* and the amount of equivalent modulus of elasticity on average pressure and real contacting area was investigated. A comparison was carried out to evaluate the results. Finally, it was found that FFT techniques for solving surface and contact simulation problems were rapid and time-saving with accurate results.

Keywords: Contact, Roughness, Gaussian distribution, Real contact area, Fast Fourier Transforms.

مقدمه

در شکل دهی فلزات به روش نورد، جهت افزایش تولید و بالا بردن کیفیت نیاز به شبیه سازی دقیق پروسه تولید خواهد بود. در این روش صافی سطح نهایی قطعه شکل داده شده در ماشین نورد تابعی از صافی سطح غلطک های فرم دهنده انتهایی ماشین نورد است و بسته به نوع تماس، صافی سطح غلطک ها به قطعه کار منتقل خواهد شد. همچنین مقدار ضریب اصطکاک و صافی سطح نیز تابعی از پارامتر های سطح بین غلطک و قطعه تولیدی خواهد بود [۱].

هنگامی که دو سطح زبر با هم در تماس باشند، بعلاوه وجود زبری سطح، برخورد در مکان هایی از سطح اتفاق می افتد که دو قله سطح زبر به هم نزدیک شوند. در این شرایط برخورد آغازین اتفاق می افتد و در این حالت نیروی اعمال شده تنها توسط تعداد اندکی از بلندی های دو سطح که باهم در تماس هستند حمل می شود. مجموع سطوح ناشی از برخورد زبری ها را سطح واقعی برخورد تعریف می کنند. سطح واقعی تابعی از بافت سطح، خواص ماده بکاربرده در سطح، شکل هندسی سطح (مسطح، استوانه ای و یا کروی) و یا نوع بارگذاری است.

با افزایش مقدار نیروی اعمال شده، دو سطح نسبت به هم نزدیک شده و در نتیجه تعداد برآمدگی های در تماس باهم از هر دو سطح افزایش خواهد یافت که به عبارتی همان افزایش سطح واقعی خواهد بود. تغییر شکل روی نقاط برخورد از سطح مشترک دو سطح اتفاق می افتد. این تغییر شکل ها را می توان به صورت های الاستیک (کشسان)، پلاستیک (مومسان)، ویسکو الاستیک و یا ویسکو پلاستیک تقسیم بندی کرد. زمانی که دو سطح زبر نسبت به هم حرکت می کنند، عکس العمل های سطحی، تنش های سطحی و زیر سطحی در سطح مشترک بین این دو سطوح گسترش یافته که نتیجه آن ایجاد سایش ذرات و باعث شکست احتمالی سطح و قطعه می گردد. اولین آنالیز های تماس خشک سطوح زبر در سال ۱۹۶۶ بوسیله گرین وود و ویلیامسون ارائه شد [۲]. آنها با فرض

استوانه ای بودن شکل زبری های سطح، مساله را حل کردند. همچنین فشار تماسی قله های سطح زبر را از نوع هرنزی در نظر گرفتند.

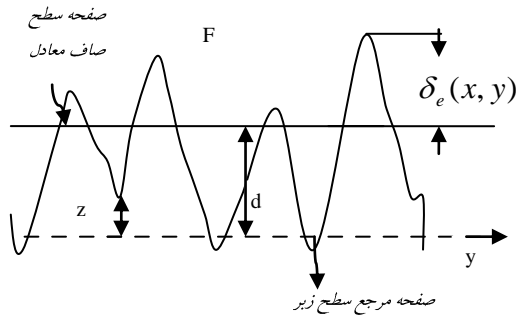
مدلهای دیگری نیز توسط آرچارد و ویتهاوس در سال ۱۹۷۰ ارائه شد [۳]. در سال ۱۹۸۳، فرانسیس از روش ماتریس موثر (IMM) جهت محاسبه جابجایی قله های سطح زبر با فرض داشتن فشار استفاده کرد [۴]. همچنین محققان دیگری از روش (IMM) استفاده کردند. بیشتر محاسبات تماس سطح زبر با استفاده از روش (IMM) بسیار پیچیده و از مرتبه $O(N^2)$ می باشد. جایی که N تعداد تقسیمات در هر راستای سطح زبر است. چنانکه تعداد تقسیمات بیشتر شود حجم و زمان محاسبات بسیار طولانی تر خواهد شد. در سال ۱۹۹۱، لوبریخت از تکنیک (MGML) جهت محاسبات خود استفاده کرد [۵]. رن و لی در سال ۱۹۹۳، روش (MGM) را برای حلشان پیشنهاد دادند [۶].

در سال های اخیر یک تعداد محقق از روش (FFT)، جهت حل مسایل تماس زبری های سطح استفاده کردند. مسایل تماس خطی در سال ۱۹۹۶، بوسیله فارسیس و ژو آزمایش شد [۷]. در سال ۱۹۹۷، نوگی و کاتو مسایل تماس نقطه ای را مطالعه کردند [۸]. همچنین در سال ۱۹۹۹، ژیاولان و کریچ مسایل تماس نقطه ای سطح زبر را با استفاده از روش (CGM) و تکنیک (FFT)، حل کردند [۹]. با توجه به توضیحات داده شده جهت حل عددی مسایل مربوط به شکل دهی فلزات با روش نورد نیاز به شبیه سازی سطوح در حال تماس و همچنین شبیه سازی نوع تماس خواهد بود. در مطالعه حاضر تماس دو سطح تخت با استفاده از روش نفوذ زبری های دو سطح و تکنیک (FFT) جهت حل ارائه می شود.

روش تحقیق

تئوری

اگر دو سطح زبر مطابق شکل ۱ به سمت یکدیگر نزدیک شوند، تاجایی که این دو سطح نسبت به هم مماس



شکل ۲- سطح زبر معادل با سطح صاف معادل

بایستی از نوع توزیع گوسی باشد. از اینرو پارامترهای مهم میانگین مربعات R_q و طول همبستگی β^* جهت طراحی سطوح تصادفی و معادل کردن این دو پارامتر مهم سطح برای مسایل تماسی بصورت زیر خواهد بود [۱۲]:

$$R_{q,c} = (R_{q,1}^2 + R_{q,2}^2)^{1/2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{\beta_c^*} = \frac{1}{\beta_1^*} + \frac{1}{\beta_2^*}$$

بر اساس این فرض مسایل تماس دو سطح زبر مورد بررسی قرار می گیرند. با توجه به شکل ۲ مقدار این جابجایی در ناحیه الاستیک یعنی $\delta_e(x, y)$ ، از اختلاف ناحیه جدایش، یعنی d ، با ارتفاعات سطح زبر معادل بدست خواهد آمد. یعنی اینکه

$$\delta_e(x, y) = z(x, y) - d \quad (۵)$$

با استفاده از رابطه فوق مقدار نفوذ زبری ها محاسبه می شود. تغییر شکل های ناشی از تماس را می توان با استفاده از معادله (۳) بصورت زیر تعریف کرد [۱۱]:

$$\delta_e(k, l) = \frac{2}{\pi E'} \sum_{j=1}^{nx} \sum_{i=1}^{ny} p_{i,j} D_{m,n} \quad (۶)$$

$$m = |k - i + 1| \quad \text{and} \quad n = |l - j + 1|$$

شوند، فاصله میانگین ارتفاعات دو سطح نسبت به هم به اندازه d خواهد بود. پس از اعمال نیرو و قله های مماس بر هم دو سطح به همدیگر فشار وارد کرده، در نتیجه آن تغییر شکل در هر دو سطح بوجود می آید. مطابق شکل ۱، سطح شماره ۱ و سطح شماره ۲ بترتیب تغییر شکل های $w_1(x, y)$ و $w_2(x, y)$ را ایجاد می کنند. تغییر شکل کلی از جمع تغییر شکل های این دو سطح بدست خواهد آمد [۱۰].

یعنی در داخل ناحیه تماس دو سطح

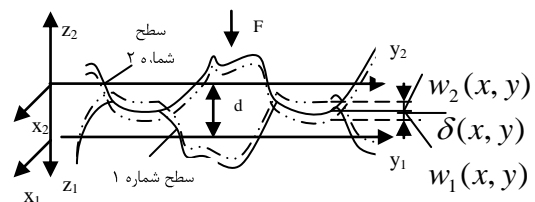
$$w_1(x, y) + w_2(x, y) = \delta(x, y) ; p(x, y) > 0 \quad (۱)$$

و در خارج ناحیه تماس دو سطح

$$w_1(x, y) + w_2(x, y) > \delta(x, y) ; p(x, y) = 0 \quad (۲)$$

پس تغییر شکل کلی در داخل ناحیه تماس یعنی برای فشارهای مثبت برابر است با [۱۱]

$$\delta_e(x, y) = \frac{2}{\pi E'} \iint_A \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]^{1/2}} \quad (۳)$$



شکل ۱- دیاگرام تغییر شکل الاستیک تماس سطح

اکنون با توجه به توضیحات اشاره شده مبنی بر تماس دو سطح زبر، می توان این دو سطح را به یک سطح صاف و یک سطح زبر مطابق شکل ۲ معادل سازی کرد. این فرض، نخستین بار توسط گرین وود و ویلیامسون در سال ۱۹۶۶ ارائه شد [۲]. فرض مهم و پایدار برای این مدل اینست که توزیع زبر بر روی دو سطح

بودن زمان محاسبات، در بعضی از شرایط ماتریس $D_{m,n}$ یا همان ماتریس الاستیک، همگن یا اینکه دترمینان این ماتریس برابر صفر خواهد شد. برای رفع این مشکلات یکی از راه حل ها، بکارگیری تکنیک FFT برای حل معادلات می باشد. در این قسمت نحوه استفاده از این روش جهت حل معادله الاستیک، بدست آوردن تغییر شکل سطح، فشار و متعاقب آن همگرایی نیروی اعمال شده تشریح خواهد شد. همانطور که قبلاً نیز اشاره شد همگن بودن ماتریس الاستیک در روش استفاده از FFT، مشکلی را در روند محاسبات بوجود نیاورده است و این یکی از ویژگی های بسیار مهم در بکارگیری روش FFT می باشد. ویژگی دیگر این روش نسبت به دیگر روش ها اینست که ماتریس الاستیک فقط یک بار محاسبه خواهد شد، در صورتی که در دیگر روشها به ازای هر بار تکرار محاسباتی این ماتریس بایست محاسبه گردد. همچنین محاسبه این ماتریس در هر تکرار، به زمان زیادی نیاز خواهد داشت.

معادله تغییر شکل الاستیک دوسطح یعنی معادله (۶) را از نظر ریاضی می توان بصورت شکل پیچش متغیرهای فشار و ماتریس الاستیک توصیف کرد.

$$\delta_e(x, y) = \frac{2}{\pi E'} p(x, y) * D(x, y) \quad (8)$$

یکی از نقش های مهم تبدیل فوریه، استفاده آن در تئوری پیچش می باشد. بعبارت دیگر استفاده از این تبدیل چه در حوزه زمان و چه در حوزه مکان در مسایل پیچش ممکن می باشد. چنانکه $p(x, y)$ دارای تبدیل فوریه $\hat{p}(f_x, f_y)$ و $D(x, y)$ دارای تبدیل فوریه $\hat{D}(f_x, f_y)$ خواهد بود. یعنی تبدیل فوریه $p(x, y) * D(x, y)$ بصورت $\hat{p}(f_x, f_y) \cdot \hat{D}(f_x, f_y)$ می باشد. بنابراین بین تئوری پیچش و تبدیل فوریه رابطه ریاضی وجود دارد.

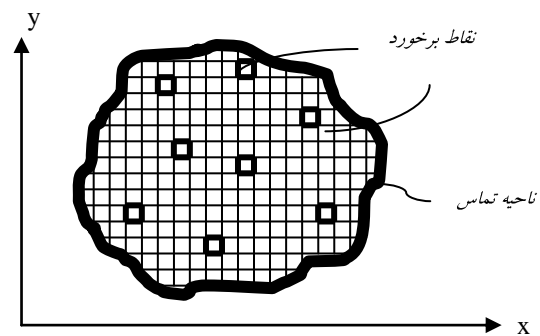
$$p(x, y) * D(x, y) \Leftrightarrow \hat{p}(f_x, f_y) \cdot \hat{D}(f_x, f_y) \quad (9)$$

که در آن $D_{m,n}$ و E' ماتریس موثر و مدول الاستیسیته مرکب می باشند. همچنین می توان معادله (۶) را به شکل ماتریسی بیان کرد.

$$c.[D]\{p\} = \{\delta_e\}, \quad c = \frac{2}{\pi E'} \quad (7)$$

روش عددی

در این مقطع روش عددی انجام شده مورد بحث قرار می گیرد. مطابق شکل ۲، تنها تعدادی از نقاط که اندازه ارتفاعاتشان بزرگتر از ناحیه جدایش d باشند، در تماس هستند. برای درک بهتر این موضوع نقاط برخورد مانند شکل ۳ تولید می شوند. پس با توجه به شکل ۳، فقط در نقاط برخورد قله های سطح زیر، تماس وجود دارد. بنابراین در این نقاط فشارهرتزی وجود داشته و در بقیه ناحیه تماس مقدار این فشار برابر صفر خواهد بود. با توجه به اینکه در بخش مقدمه اشاره به روشهای مختلفی شد، تمامی این روشها به دو حالت کلی خلاصه می شوند. یکی از این روشها استفاده از حل همزمان دستگاه معادله های (۵) و (۷) برای بدست آوردن فشارهای تماسی است.



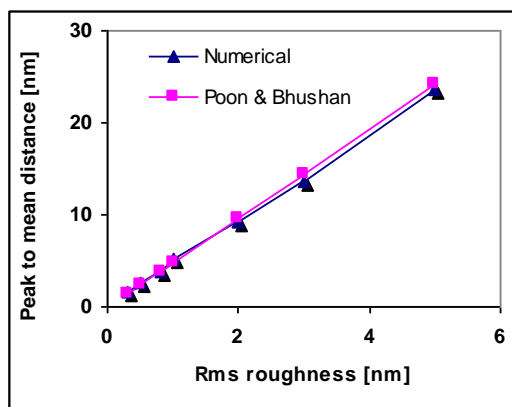
شکل ۳- نمای تفکیک شده ناحیه تماس

روش دیگر استفاده از معکوس ماتریس جهت حل این دو معادله می باشد. استفاده از این دو روش همراه با مشکلاتی خواهد بود. در روش اول یعنی حل معادلات با استفاده از دستگاه، زمان محاسبات بسیار طولانی است. در روش استفاده از معکوس ماتریس نیز علاوه بر طولانی

این کنترل هنگامی که نیروی بدست آمده از حل عددی بیشتر از نیروی اعمال شده باشد، مقدار جدایش را بیشتر می کند و در غیر اینصورت مقدار جدایش را کمتر خواهد کرد. همچنین محک همگرایی در این روش عددی 10^{-4} انتخاب شده است.

بحث و نتایج

در این بخش برای صحت روش و تکنیک بکار برده شده جهت مدلسازی سطح، مقایسه ای با حل عددی پون و بوشان انجام شده است. آنها در سال ۱۹۹۵ حلشان را با استفاده از تکنیک FIR برای دو سطح زبر تخت، با ابعاد ۲۰ در ۲۰ میکرون انجام دادند [۱۲]. برای این منظور نتایج حاصل از مدلسازی توسط پون و بوشان با استفاده از تکنیک FIR با حل عددی حاضر با استفاده از تکنیک FFT با همان شرایط ذکر شده در شکل ۴ مقایسه شده است. این مقایسه بین مقدار پیک ارتفاع به میانگین فاصله به ازای $\beta^* = 0.5(\mu m)$ و میانگین مربع زبری های مختلف است. همانطور که مشاهده می شود مقدار پیک ارتفاع به میانگین فاصله به ازای طول همبستگی ثابت $\beta^* = 0.5(\mu m)$ ، با افزایش مقدار میانگین مربعات زبری سطح تقریباً بصورت خطی افزایش می یابد. بطوری که مقدار خطای روش FFT نسبت به FIR بسیار کم می باشد و بیشترین خطا ۶ درصد بوده است.



شکل ۴- مقایسه مقدار پیک ارتفاع به میانگین فاصله به ازای R_q

های مختلف و $\beta^* = 0.5 \mu m$

با توجه براین اصل، از روابط (۸) و (۹) داریم

$$\hat{\delta}_e(f_x, f_y) = \frac{2}{\pi E'} \hat{p}(f_x, f_y) \cdot \hat{D}(f_x, f_y) \quad (10)$$

در نهایت تغییر شکل بین دو سطح را می توان از عکس تبدیل فوریه یا همان *IFFT* معادله بالا بدست آورد. فشارهای ناشی از برخورد قله های دو سطح را با داشتن تغییر شکل های آن، می توان بدست آورد. یعنی

$$\hat{p}(f_x, f_y) = \frac{\hat{\delta}_e(f_x, f_y)}{\frac{2}{\pi E'} \hat{D}(f_x, f_y)} \quad (11)$$

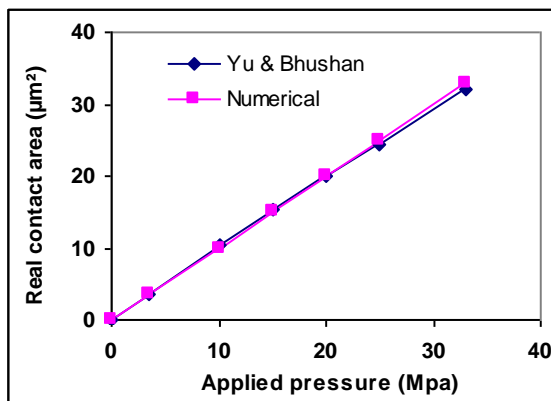
در پایان فشار های ناشی از تماس قله های بین دو سطح را می توان از عکس تبدیل فوریه یا همان *IFFT* معادله (۱۱) بدست آورد. اکنون با توجه به اینکه فشارهای ناشی از تماس قله های دو سطح زبر بدست آمد. مساله مهم دیگر در مسایل عددی تماس خشک دو سطح، همگرایی عددی خواهد بود. بعد از بدست آوردن فشارهای ناشی از تماس قله های دو سطح، می توان نیروی اعمال شده بین دو سطح را با استفاده از فشار تماسی بدست آمده محاسبه کرد. در این روش اگر نیروی بدست آمده از حل عددی با نیروی اعمالی اولیه یکی نباشد، آنگاه مقدار جدایش اولیه یا همان d را تغییر داده و این تغییر تا زمانی ادامه دارد که نیروی بدست آمده از حل عددی با نیروی اعمالی اولیه برابر باشد. همگرایی عددی نیروی اعمال شده به سطح بسیار حساس است. کنترل همگرایی عددی برای این روش بصورت زیر می باشد.

$$d^{new} = d^{old} + \lambda((F' - F)/F) \quad (12)$$

F' نیروی بدست آمده از حل عددی، F نیروی اعمال شده به دو سطح، λ ضریب همگرایی بین ۰/۰۵ تا ۰/۰۱ است.

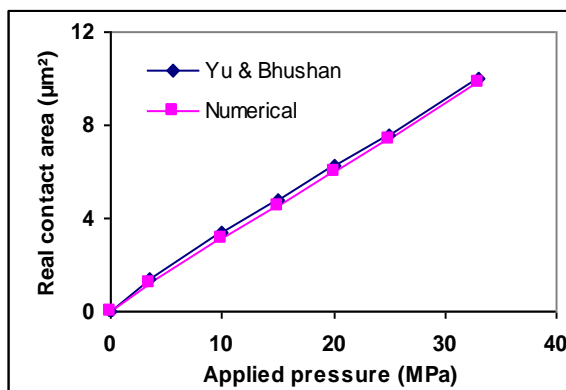
مسایل تماسی دو سطح تخت زبر با استفاده از تکنیک FFT ارایه خواهد شد. در سال ۱۹۷۰، گرین وود و ویلیامسون رابطه کلی زیر را جهت مسایل تماس سطوح زبر استخراج کردند [۲].

$$\frac{W}{A_r} \propto \frac{E'R_q}{\beta^*} \quad (۱۳)$$



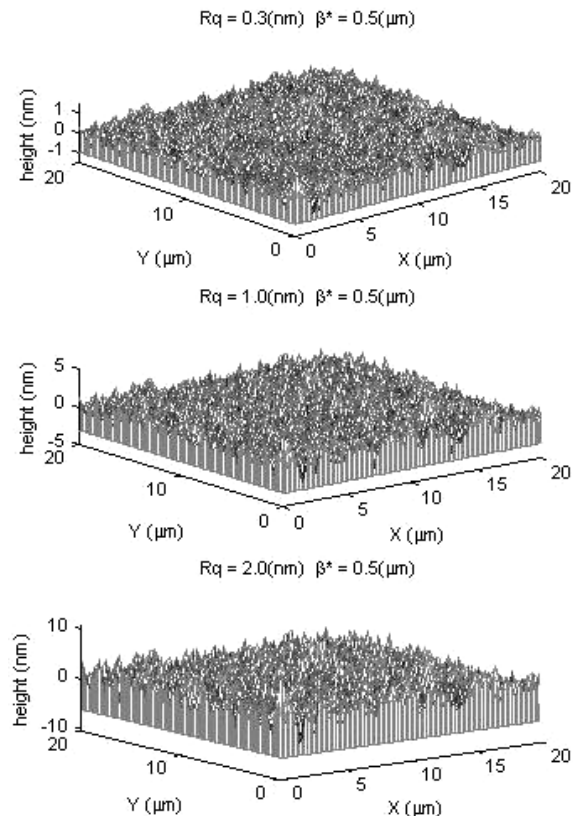
شکل ۶- تغییرات سطح واقعی تماس با فشار اعمالی برای دو سطح تخت با $R_q = 1.0nm$ و $\beta^* = 0.5\mu m$

با ثابت در نظر گرفتن میانگین مربعات، هنگامی که نیرو افزایش میابد سطح واقعی تماس بیشتر خواهد شد. همچنین با ثابت در نظر گرفتن نیرو، وقتی که میانگین مربعات زیاد شود مقدار سطح واقعی تماس بطور خطی



شکل ۷- تغییرات سطح واقعی تماس با فشار اعمالی برای دو سطح تخت با $R_q = 3.0nm$ و $\beta^* = 0.1\mu m$

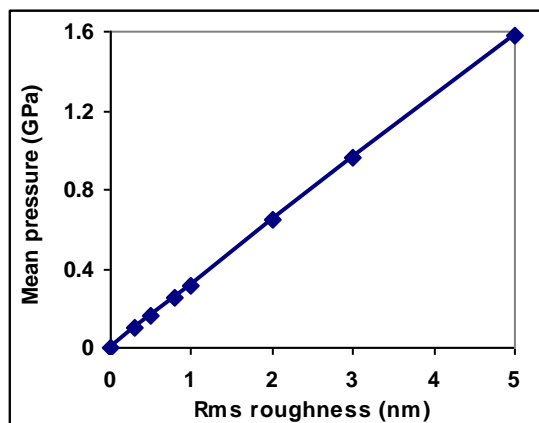
نمونه هایی از سطوح زبر با توزیع گاوسی با مقدار ثابت $\beta^* = 0.5(\mu m)$ و R_q های مختلف بترتیب برابر ۰/۳، ۱/۰ و ۲/۰ حاصل از تکنیک FFT در شکل ۵ مشاهده می شوند.



شکل ۵- سطوح تولید شده به ازای $\beta^* = 0.5(\mu m)$ و

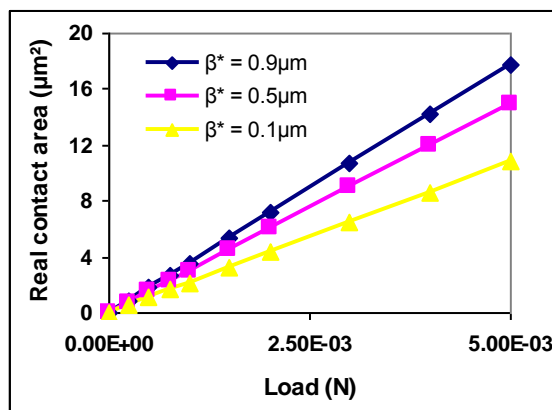
R_q های مختلف با استفاده از روش FFT

مقایسه دیگر جهت صحت روش و تکنیک بکار گرفته شده برای تحلیل مسایل تماس سطوح تخت با استفاده از تکنیک FFT، با حل عددی یو و بوشان می- باشد. آنها در سال ۱۹۹۶ حلشان را با استفاده از تکنیک FIR برای تماس دو سطح زبر تخت، با ابعاد ۲۰ در ۲۰ میکرون با مدول الاستیسیته ۲۰۰ گیگا پاسکال بدست آوردند [۱۳]. نتایج این مقایسه در شکل‌های ۶ و ۷ نمایش داده شده است. این اشکال رفتار سطح واقعی تماس به ازای تغییرات فشار ظاهری یا فشار بکار گرفته شده روی سطح کل را نمایش می دهد. بیشترین اختلاف درصد بین این دو حل عددی ۹ درصد است. اکنون نتایج حاصل از



شکل ۹- تغییرات فشار میانگین با میانگین مربعات زبری برای R_q های

مختلف و $\beta^* = 0.5 \mu m$



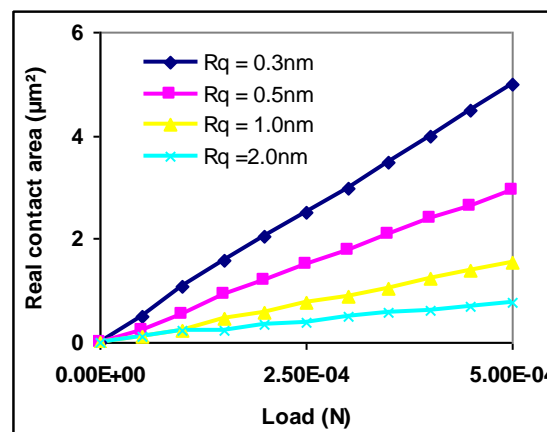
شکل ۱۰- تغییرات سطح واقعی تماس با نیرو برای

$R_q = 1.0 nm$ های مختلف β^*

همانطور که مشاهده کردید، نتایجی که گرین وود و ویلیامسون در مطالعات و آزمایشها در قالب اثرات طول همبستگی ابراز کردند، در این تحقیق نیز یکی شد. شکل ۱۱، تغییرات فشار میانگین با طول همبستگی را نمایش می دهد، با افزایش مقدار طول همبستگی فشار میانگین کاهش یافته است. اکنون اثرات جنس سطح در حال تماس یا مدول الاستیسیته مرکب روی تغییرات سطح واقعی تماس و فشار میانگین به ازای طول همبستگی ثابت $\beta^* = 0.5 \mu m$ و $R_q = 1.0 nm$ در شکل ۱۲ ارایه شده است. با افزایش مدول الاستیسیته مرکب سطح واقعی تماس و فشار میانگین بترتیب کاهش و افزایش خواهند داشت.

در اینجا نتایج بدست آمده با توجه به رفتار فرمول (۱۳) بررسی خواهد شد. مشخصات و اطلاعات بکار برده جهت حل عددی از سطح تولید شده با استفاده از تکنیک FFT، با توزیع گاوسی مطابق شکل ۵، با مدول الاستیسیته دو سطح تخت بترتیب برابر ۴۵۰ و ۱۳۰ گیگاپاسکال و نسبت پواسون ۰/۲۳ و ۰/۲۵، طول و عرض دو سطح بصورت با بعد برابر ۲۰ میکرون و بصورت بدون بعد برابر ۲/۰ واحد است و مدت زمان اجرای کد حدوداً دو دقیقه می باشد. همانطور که از شکل ۸، مشاهده می شود تقریباً کاهش میابد. در واقع همان فرضیاتی که گرین وود و ویلیامسون اشاره کردند، نتایج بدست آمده از شکل ۸، فرضیاتشان را تصدیق می کند.

چنانچه در شکل ۹ مشاهده می شود، با افزایش میانگین مربعات زبری سطح مقدار فشار میانگین نیز بطور خطی افزایش یافته است. اکنون تغییرات سطح واقعی تماس با نیرو برای سه نوع طول همبستگی مختلف در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. با افزایش طول همبستگی با فرض نیروی ثابت، مقدار سطح واقعی تماس افزایش خواهد یافت.



شکل ۸- تغییرات سطح واقعی تماس با نیرو برای R_q های مختلف و

$\beta^* = 0.5 \mu m$

همچنین با ثابت در نظر گرفتن مقدار طول همبستگی، با افزایش نیرو مقدار سطح واقعی تماس تقریباً بطور خطی افزایش یافته است.

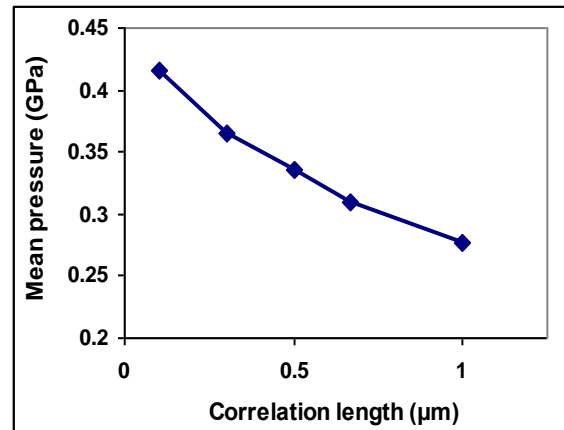
بیشتر شده است و فشار میانگین از $542/4$ مگاپاسکال به $186/6$ مگاپاسکال کاهش داده است.

از شکل ۱۴ مشاهده می شود، زمانی که مقدار میانگین مربعات زبری از مقدار $0/4$ نانو متر به $3/0$ نانو متر برسد و مقدار طول همبستگی ثابت باشد، توزیع فشار بیشتر شده است و میانگین فشار از مقدار $102/4$ به $770/5$ مگا پاسکال افزایش داشته است. همچنین سطح واقعی تماس کمتر شده است و نسبت سطح واقعی تماس از $0/317$ به $0/42$ کاهش داشته است.

همچنین در شکل ۱۵ توزیع فشار و سطح واقعی تماس برای شرایط ذکر شده نمایش داده شده است. هرگاه مقدار فشار اعمالی به سطح را از مقدار بسیار کمی برابر $32/5$ کیلو پاسکال، به مقدار $32/5$ مگاپاسکال بیشتر شود توزیع فشار و سطح واقعی تماس نسبت به هم بسیار متفاوت هستند. با توجه به شکل برای فشار اعمالی $32/5$ کیلو پاسکال تعداد نقاط تماس بسیار کم است بطوری که فشار میانگین برابر $175/9$ مگاپاسکال و نسبت سطح واقعی تماس به سطح ظاهری برابر $1/86 \times 10^{-4}$ می باشد. با افزایش فشار اعمالی به سطح تعداد نقاط تماس بیشتر شده است بطوری که با فشار اعمالی $32/5$ مگاپاسکال نسبت سطح واقعی تماس به سطح ظاهری برابر با $0/127$ است و فشار میانگین برابر $255/8$ مگاپاسکال می باشد.

نتیجه گیری

- ۱- مقدار پیک ارتفاع به میانگین فاصله به ازای طول همبستگی ثابت، با افزایش مقدار میانگین مربعات زبری سطح تقریباً بصورت خطی افزایش میابد.
- ۲- با افزایش مقدار نیرو سطح واقعی تماس بیشتر خواهد شد. این در حالتی است که مقدار میانگین مربعات سطح، طول همبستگی و مدول الاستیسیته ثابت در نظر گرفته شود. هرگاه مقدار نیرو، طول همبستگی و مدول الاستیسیته

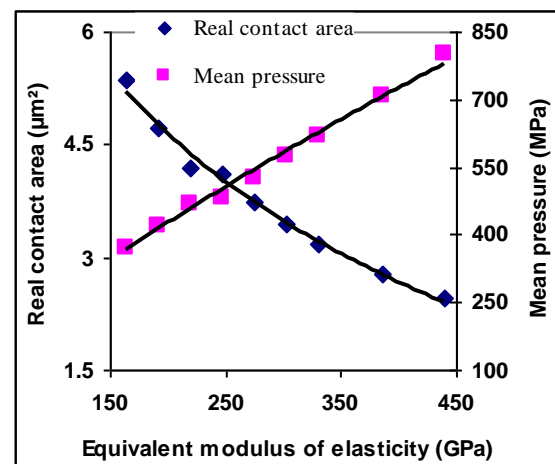


شکل ۱۱- تغییرات فشار میانگین با سطح واقعی تماس برای

$$\beta^* \text{ های مختلف و } R_q = 1.0nm$$

نمونه هایی از توزیع فشار و سطح واقعی تماس در شکل های ۱۳ تا ۱۵ برای شرایط ذکر شده نمایش داده شده است بطوریکه در آن P_n , A_n و W بترتیب فشار اعمالی، سطح ظاهری و نیروی اعمالی است.

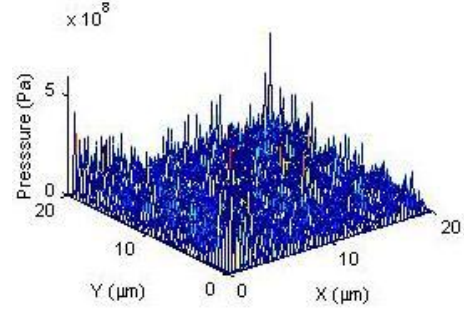
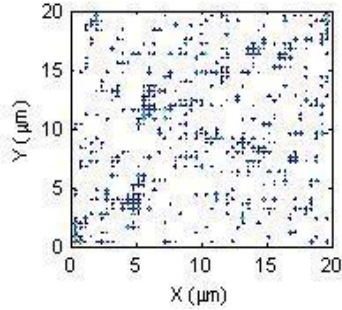
با توجه به شکل ۱۳ با ثابت در نظر گرفتن مقدار میانگین مربعات زبری برابر $1/0$ نانو متر، زمانی که مقدار طول همبستگی از مقدار $0/1$ به $1/5$ میکرون برسد میزان توزیع فشار کمتر می شود و در نتیجه آن سطح واقعی تماس نیز بیشتر شده است. بطوریکه با افزایش طول همبستگی از $0/1$ به $1/5$ میکرون، نسبت میزان سطح واقعی تماس به سطح ظاهری از $0/06$ به $0/174$



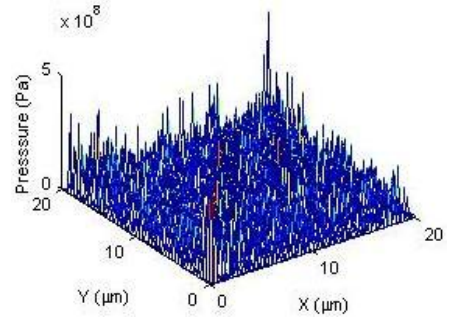
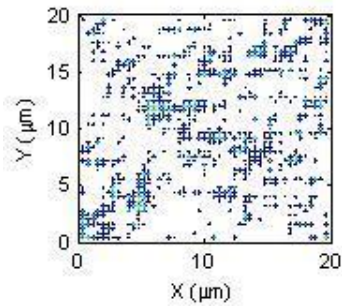
شکل ۱۲- تغییرات فشار میانگین و سطح واقعی تماس به ازای

تغییرات مدول الاستیسیته مرکب

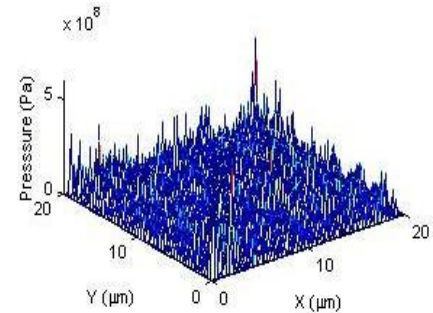
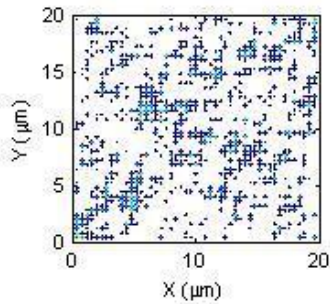
$$R_q = 1.0nm; \beta^* = 0.1\mu m; A_r/A_n = 0.06; W/A_r = 542.4MPa$$



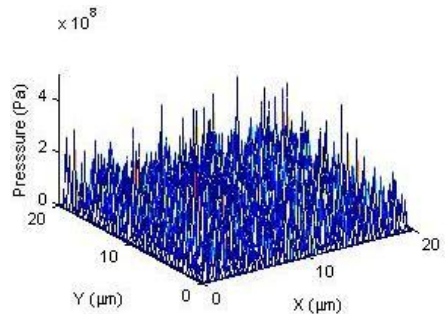
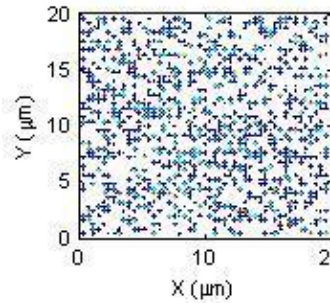
$$R_q = 1.0nm; \beta^* = 0.8\mu m; A_r/A_n = 0.0782; W/A_r = 415.4MPa$$



$$R_q = 1.0nm; \beta^* = 1.0\mu m; A_r/A_n = 0.0887; W/A_r = 366.1MPa$$

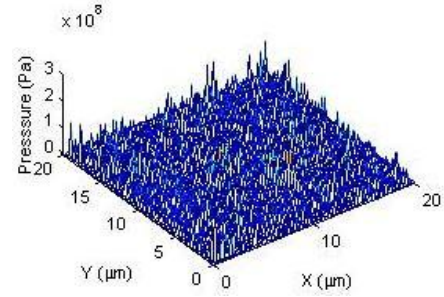
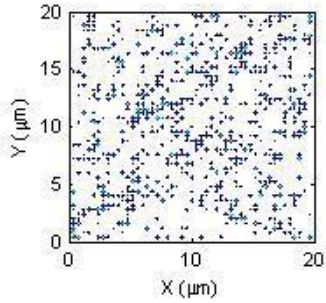


$$R_q = 1.0nm; \beta^* = 1.5\mu m; A_r/A_n = 0.174; W/A_r = 186.6MPa$$

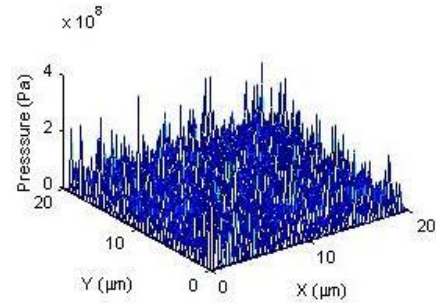
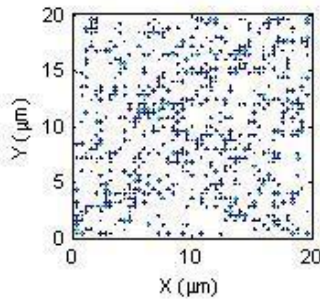


شکل ۱۳- نمایش توزیع فشار بصورت سه بعدی و توزیع سطح تماس واقعی برای $R_q=0.1$ و β^* های مختلف

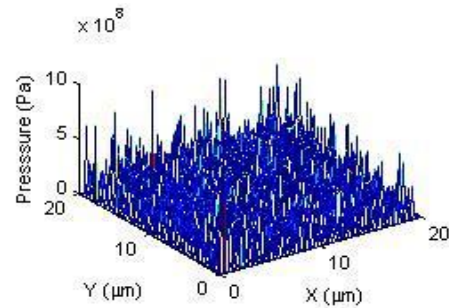
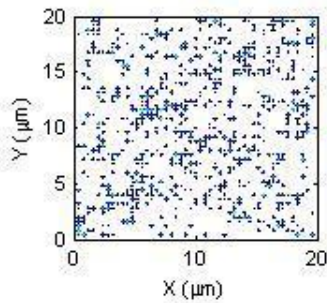
$$R_q = 0.4 \mu m; \beta^* = 0.5 \mu m; A_r/A_n = 0.317; W/A_r = 102.4 MPa$$



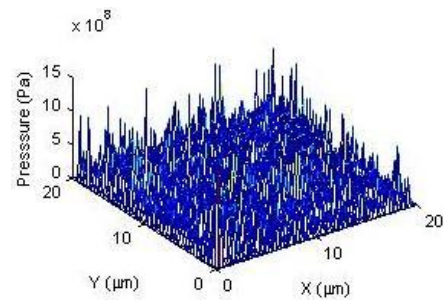
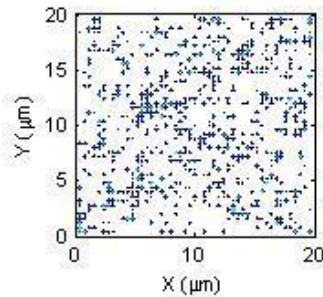
$$R_q = 0.7 \mu m; \beta^* = 0.5 \mu m; A_r/A_n = 0.0181; W/A_r = 179.2 MPa$$



$$R_q = 2.0 \mu m; \beta^* = 0.5 \mu m; A_r/A_n = 0.0632; W/A_r = 513.8 MPa$$

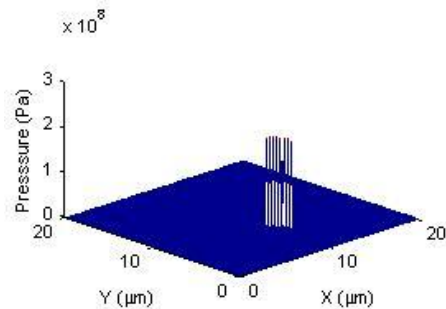
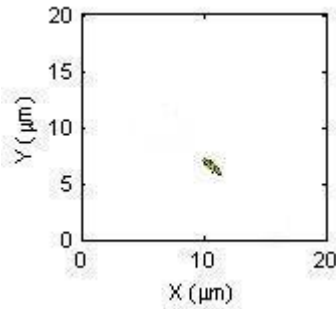


$$R_q = 3.0 \mu m; \beta^* = 0.5 \mu m; A_r/A_n = 0.042; W/A_r = 770.5 MPa$$

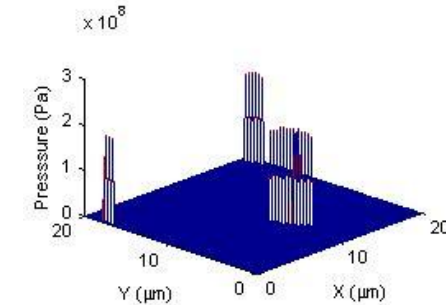
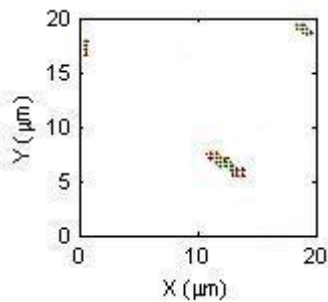


شکل ۱۴- نمایش توزیع فشار بصورت سه بعدی و توزیع سطح تماس واقعی برای $\beta^* = 0.5$ و R_q های مختلف

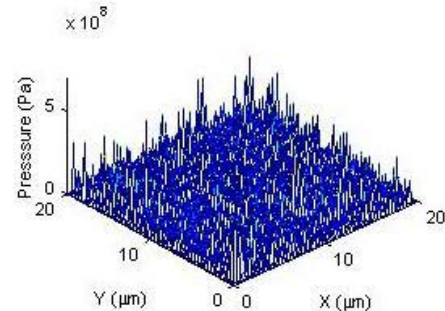
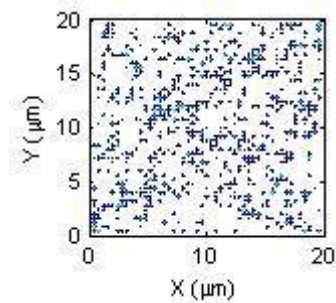
$$P_n = 32.5kPa ; A_r/A_n = 1.86 \times 10^{-4}; W/A_r = 175.9 MPa$$



$$P_n = 325kPa ; A_r/A_n = 1.63 \times 10^{-3}; W/A_r = 201.3 MPa$$



$$P_n = 32.5MPa ; A_r/A_n = 0.127; W/A_r = 255.8 MPa$$



شکل ۱۵- نمایش توزیع فشار بصورت سه بعدی و توزیع سطح تماس واقعی به ازای فشار اعمالی مختلف

اعمالی ثابت فرض شوند، مقدار سطح واقعی قله‌های در حال تماس کمتر شده ولی فشار میانگین بیشتر خواهد شد. تمامی نتایج بدست آمده در خصوص تماس دو سطح تخت زیر بصورت خشک، با نتایجی که گرین وود و ویلیامسون در قالب فرمول بیان کردند، همخوانی داشت.

۴- متداولترین روش برای تولید سطوح و مدل تماسی دو سطح روش FFT می باشد. با توجه به اینکه سطوح هرچه بیشتر حالت تناوبی داشته

تغییر نکند و میانگین ارتفاعات سطح زیادتر شود مقدار سطح واقعی تماس بطور خطی کمتر شده و فشار میانگین نیز بطور خطی افزایش خواهد داشت.

۳- زمانی که مقادیر نیروی اعمالی، میانگین مربعات زبری سطح و مدول الاستیسیته ثابت و طول همبستگی زیادتر شود سطح واقعی تماس افزایش یافته و فشار میانگین کاهش پیدا خواهد کرد. همچنین با افزایش مدول الاستیسیته سطوح زیر در حال تماس در صورتی که مقادیر طول همبستگی، میانگین ارتفاعات سطح و نیروی

1: analysis using a real surface method, Asme journal of tribology , Vol, 119 (1997) 493-500.

9. A. Xiaolan and K. Sawamiphakdi, *Solving elastic contact between rough surfaces as an unconstrained strain energy minimization by using CGM and FFT techniques*, Journal of tribology, Vol, 121 (1999) 639-647.

10. J. Yongqing and Zh. Linqing, *A full numerical solution for the elastic contact of three-dimensional real rough surface*, Wear, 157 (1992) 151-161.

11. K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, (1985)265-280.

12. M. Maria, M. H. Yu and B. Bhushan, *Contact analysis of three-dimensional rough surfaces under frictional contact*, Wear 200 (1996) 265-280.

13. M. H. Yu and B. Bhushan, *Contact analysis of three-dimensional rough surfaces under frictionless and frictional contact*, (1996) 256-280.

باشد دقت این روش بیشتر می باشد. از طرفی سرعت محاسبه با استفاده از تکنیک FFT نسبت به دیگر روشها بسیار سریع تر می باشد. همچنین این روش زمان محاسبه را پایین می آورد.

مراجع

1. J.A. Schey, *Surface roughness effect in metalworking lubrication*, Lubric. Engineer, 39 (1983) 376-382.

2. J. A. Greenwood and J. B. Williamson, *Contact of nominally flat surfaces*, Proc, Roy Soc ,Vol, A295 (1966)300-319.

3. D. J. Whitehouse and J. F. Archard, *The properties of surfaces of significance in their contact*, Proceeding of Royal Society of London, Vol, A316 (1970)97-121.

4. H. A. Francis, *The accuracy of plan-strain models for the elastic contact of three-dimensional rough surfaces*, Wear Vol, 85 (1983) 239-256.

5. A. A. Lubrecht and E. Ioannides, *A fast solution to the dry contact problem and the associated sub-surface stress field*, Using Multilevel Techniques, Asme journal of tribology, Vol, 113 (1991)128-132.

6. N. Ren and S. C. Lee, *Contact simulation of three-dimensional rough surfaces using moving grid method*, Asme journal of tribology, Vol, 115(1993) 597-601.

7. Y. Ju and T. N. Farris, *Spectral analysis of two-dimensional contact problem*, Asme journal of tribology, Vol, 118(1996) 320-328.

8. T. Nogi and T. Kato, *Influence of hard surface layer on the limit of elastic contact-part*