

شبیه‌سازی عددی و مدل تحلیلی برخورد مایل قطره با سطح زیرلایه در فرآیند لایه نشانی به روش پاشش حرارتی

سعید اسدی ، محمد پسندیده فرد و محمد مقیمان
گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

در این پژوهش برخورد مایل قطره با سطح جامد در فرآیند لایه نشانی پاششی به روشهای عددی و تحلیلی، مورد مطالعه قرار گرفته است. در شبیه سازی عددی برای ردیابی سطح مشترک مایع-گاز و تبادل جرم، از روش نسبت حجمی سیال در گامهای مختلف زمانی استفاده شده و زاویه تماس قطره با سطح جامد براساس دو زاویه تماس پیشرونده و پسرونده، در نظر گرفته شده است. با موازنه انرژی های قطره، قبل و بعد از برخورد با سطح، یک مدل تحلیلی برای محاسبه حداکثر پخش قطره در برخورد مایل با سطح، ارائه گردیده است. نتایج شبیه سازی عددی که شامل تصاویر اسپلت (splat) حاصل از برخورد قطره با سطح برای آلیاژهای زیرکونیا (zirconia) و استرولوی (astroloy) می باشد با نتایج تجربی مقایسه شده که نشان‌دهنده دقت بالای حل عددی است. نتایج حاصل از محاسبات مدل تحلیلی نیز با نتایج آزمایشگاهی برای دو آلیاژ زیرکونیا و استرولوی مقایسه شده که توافق مطلوبی را نشان می‌دهد. مدل تحلیلی نشان می‌دهد که با کاهش زاویه برخورد و در اعداد رینولدز بالا، وابستگی مقدار حداکثر پخش قطره به عدد وبر افزایش یافته و برای مقادیر پایین عدد رینولدز و زوایای برخورد نزدیک به ۹۰ درجه، مقادیر ثابت و یکسانی برای مقدار حداکثر پخش قطره به دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: برخورد مایل قطره، گسترش قطره روی سطح، شبیه سازی عددی، پاشش حرارتی، حل تحلیلی.

Numerical and analytical model of the inclined impact of a droplet on a solid surface in a thermal spray coating process

Saeed Asadi, Mohammad Passandideh-Fard and Mohammad Moghiman
Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering
Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, IRAN

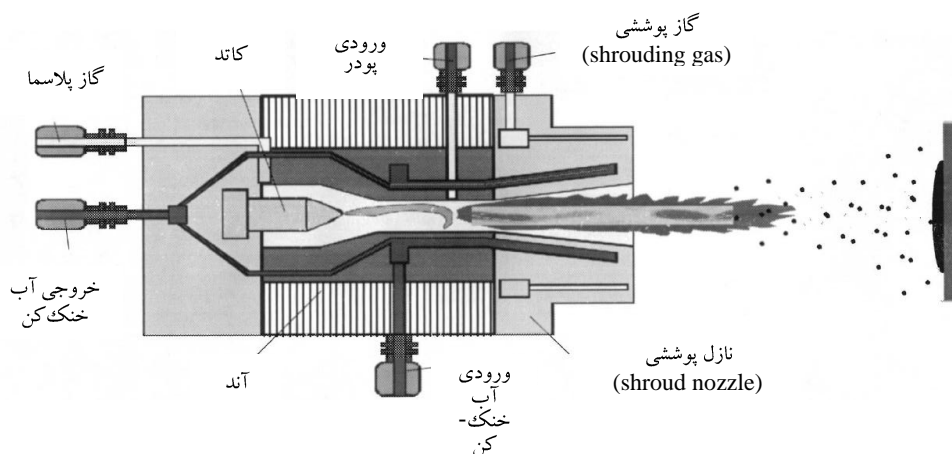
Abstract In this paper, the inclined impact of a droplet on a solid surface in a spray coating process is studied using both numerical and analytical models. The numerical simulation is based on a previously developed model that includes the solution of Navier-Stokes equations along with an equation for the liquid free surface. The contact angle is modeled using two advancing and receding angles at the liquid front on the solid surface. The close agreement between the results of the numerical model with those of the experiments shows that the model can accurately predict the droplet impact behavior. Using the balance of droplet energy before and after the impact, a simple analytical model is presented for the maximum spread of a droplet during an inclined impact. This model is an extension of a previously developed model for the normal impact of a droplet on a solid surface. A comparison between the results of the analytical model with those of the simulations and experiments verifies the accuracy of the analytical model predictions for the maximum spread of a droplet in a spray coating process. Based on the analytical model, for high Reynolds numbers and small angles of impact, the effect of Weber number on the maximum spread is increased. For low Reynolds numbers and impact angles close to 90°, the maximum spread remains nearly constant.

Keywords: Inclined droplet impact, Droplet spreading, Numerical simulation, Thermal spray, Analytical model

مقدمه

فلزی ذوب شده و سپس با سرعت زیاد بر روی سطح مورد نظر پاشیده می‌شود. این فرآیند در فشار اتمسفر یا خلا انجام می‌گیرد. شکل ۱ نشان دهنده یک طرح کلی از فرآیند لایه نشانی توسط پاشش پلاسمایی، از نوع جریان مستقیم (DC) در شرایط فشار اتمسفر می باشد. شکل و مشخصات لایه تشکیل شده به خواص پودر مصرفی، شرایط فرآیند از جمله شرایط برخورد ذرات و شرایط سطح بستگی دارد [۲،۱].

فرآیند تشکیل لایه بر روی سطوح جامد به روش لایه‌نشانی پاششی، کاربردهای فراوانی در صنعت دارد. انواع گوناگون لایه‌نشانی پاششی وجود دارد، مانند پاشش های معمولی جهت ایجاد رنگهای تزئینی یا صنعتی، انواع پاشش‌های حرارتی مانند پاشش پلاسمایی برای ایجاد لایه‌های بسیار مقاوم در مقابل خوردگی و سایش به ویژه در دمای بالا و غیره. در لایه‌نشانی توسط پاشش پلاسمایی، با اعمال حرارت بسیار بالا، ابتدا پودر یک ماده فلزی یا غیر



شکل ۱- فرآیند لایه نشانی توسط پاشش پلاسمایی، از نوع DC

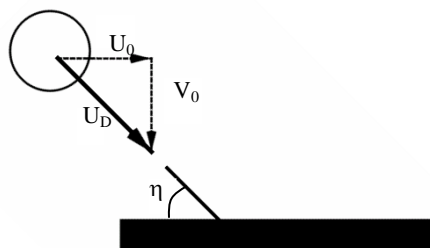
پژوهشگران زیادی موضوع برخورد قطره با سطح جامد را در فرآیندهای پاششی مورد توجه قرار داده‌اند [۲-۴، ۶، ۷]. Liu و همکاران [۳] روش عددی Ripple را که بر پایه روش نسبت حجمی سیال بود استفاده نمودند. پسندیده‌فرد و همکاران [۴] از روش اصلاح شده SOLA-VOF [۵] برای شبیه سازی برخورد قطرات آب استفاده کرده و زاویه تماس جامد-مایع را اصلاح نمودند. آنها سپس مدل خود را برای تغییر فاز و انتقال حرارت توسعه دادند و جامد شدن قطرات قلع را در برخورد قطره مذاب آن با سطح شبیه سازی کردند [۶]. پسندیده‌فرد و همکاران [۷، ۲] در مطالعات دیگری در دانشگاه تورنتو کانادا، شکل اسپلت‌های تشکیل شده را در پاشش حرارتی

یکی از مهمترین مراحل فرآیند لایه‌نشانی پاششی، مرحله برخورد ذره مذاب یا قطره با سطح است. رفتار دینامیکی قطره در هنگام برخورد با سطح وابسته به عوامل گوناگونی از جمله سرعت اولیه قطره، زاویه برخورد، خواص فیزیکی قطره، خواص سطح و جریان گاز بر روی سطح می باشد. همچنین از هم پاشیده شدن و ذره ذره شدن قطره در اثر برخورد با سطح و یا جاری شدن و رسیدن آن به حداکثر قطر پخش خود، به عوامل فوق بستگی دارد. در بسیاری از کاربردهای صنعتی، حالت مطلوب این فرآیند، برخورد قطرات بدون از هم پاشیدگی می باشد.

کار انجام شده برعلیه لزجت در هنگام برخورد قطره با سطح، مدلی تحلیلی برای پیش بینی مقدار حداکثر پخش قطره بر روی سطح در برخورد مایل، ارائه گردیده است. با استفاده از این مدل محاسبه مقدار حداکثر پخش قطره بر روی سطح جامد با سرعت بیشتری نسبت به مدل‌های عددی انجام می‌شود و این روش امکان تعیین ضخامت لایه تشکیل شده بر روی سطح را به کمک روش‌های آماری از جمله روش مونت کارلو [۱۰-۱۲] فراهم می‌نماید. این روش موجب کاهش قابل توجه هزینه و زمان در تعیین مشخصات فرآیندهایی مانند پاشش پلاسمایی می‌گردد.

شبیه‌سازی عددی

شکل ۲ طرح کلی از برخورد مایل قطره با سطح را نشان می‌دهد. شبیه‌سازی عددی در ادامه کار قبلی [۲]، به صورت جریان آرام و هم دما انجام شده است. فرض هم دمایی و جریان آرام با توجه به منابع [۷،۲] قابل اعمال است. در زیر به اختصار معادلات حاکم و سپس روش



شکل ۲- طرح کلی از برخورد قطره با سرعت U_D و با زاویه η به سطح صاف

شبیه‌سازی عددی آورده شده است:

الف - معادلات حاکم

معادلات حاکم شامل بقای جرم و ممتنم و معادله‌ای برای حرکت سطح آزاد می‌باشند. توضیح ریاضی مساله بر اساس فرض‌های زیر انجام شده است:
سیال، مایع غیرقابل تراکم و نیوتنی با دانسیته، ویسکوزیته و تنش سطحی ثابت بوده و جریان در طول

بررسی و شبیه سازی کردند. آنها برخورد عمودی قطرات سیال به سطح جامد را بررسی کرده و مطالعات گسترده‌ای روی تخمین مقاومت حرارتی بین قطره و سطح جامد انجام دادند. مطالعات پسندیده فرد و همکاران [۷] نشان داده است که در پاشش‌های حرارتی، عمل پخش شدن قطره بر روی سطح، بسیار سریع انجام می‌پذیرد (در حد میکرو ثانیه). بنابراین در شبیه‌سازی عددی برخورد قطره می‌توان مرحله پخش شدن را جدا از مرحله انتقال حرارت و انجماد بررسی کرد.

در مطالعه برخورد ذرات با سطح، ارائه مدل‌های تحلیلی برای کاهش محاسبات و به ویژه برای تخمین مقدار حداکثر پخش قطره بر روی سطح که مهمترین کاربردی‌ترین شاخص آن می‌باشد، مورد نظر محققین بوده است [۹،۸،۴]. پسندیده فرد و همکاران [۴] مدلی تحلیلی بر اساس موازنه انرژی‌های جنبشی، سطحی و کار انجام شده برعلیه لزجت در هنگام برخورد عمودی قطره با سطح ارائه دادند. آنها مدل خود را برای برخورد انواع قطرات، مانند قطرات آب، پارافین و قلع مذاب به سطوحی مانند فولاد ضد زنگ و آلومینیوم در اعداد We (Weber) کم، آزمایش نمودند که نتایج رضایت بخشی بدست آوردند. پس از آنها Roisman و همکاران [۸] معادله حرکت لبه قطره را که براساس موازنه جرم و انرژی بدست آورده بودند برای تخمین مقدار حداکثر پخش قطرات آب بکار بردند. Ukiwe و Kwok [۹] با تاکید بر اهمیت مقدار حداکثر پخش قطره بر روی سطح، آزمایش‌هایی برای برخورد قطرات آب و فرامید انجام داده و نتایج خود را با بعضی از مدل‌های نامبرده در بالا مقایسه کردند. در تمامی مدل‌های تحلیلی ارائه شده در بالا، برخورد عمودی قطره با سطح صاف مطالعه گردیده است.

در این مقاله، ابتدا شبیه‌سازی سه بعدی عددی برخورد مایل قطره به سطح زیرلایه در شرایطی که قطر آن بسیار کم (در حدود ۴۰ میکرون) و سرعت آن بسیار بالا (۱۰۰ الی ۱۵۰ متر بر ثانیه) است، مورد مطالعه قرار گرفته است. سپس براساس موازنه انرژی‌های جنبشی، سطحی و

می دهد که در طول برخورد یک قطره مایع با سطح، حتی

$$f = \begin{cases} 1 & \text{in liquid} \\ > 0, < 1 & \text{at the liquid-gas interface} \\ 0 & \text{in gas} \end{cases} \quad (۴)$$

از آنجا که متغیر f بوسیله جریان سیال جابجا می شود می توان معادله جابجایی زیر را برای آن نوشت [۴،۲]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) f = 0 \quad (۵)$$

با توجه به در نظر گرفتن کشش سطحی در مرز مشترک مایع-گاز، با فرض صفر بودن تنش برشی و ثابت بودن کشش سطحی، معادله لاپلاس به عنوان یک شرط در این مرز بصورت زیر نوشته می شود:

$$\Delta P_s = P_l - P_g = \gamma J \quad (۶)$$

در این معادله γ کشش سطحی در سطح مشترک و ΔP_s نشان دهنده اختلاف فشار بین مایع و گاز بخاطر وجود کشش سطحی می باشد. J انحنای سطح آزاد در محل مورد نظر است که به شکل زیر تعریف می شود:

$$J = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (۷)$$

که در آن R_1 و R_2 شعاعهای انحنای سطح در نقطه مورد نظر می باشند. بجای جایگذاری مستقیم معادله (۶) برای فشار به عنوان یک شرط مرزی در معادلات حاکم، از روش بهتری استفاده می شود که در آن تنش سطحی به عنوان یک نیروی حجمی در ترم \vec{F}_b از معادله (۲) فرمول بندی می گردد. این روش به مدل CSF معروف بوده و توسط Brackbill [۱۴] ارایه گردیده است.

حل معادلات حاکم نیاز به تعیین شرایط مرزی بکار برده شده در سطح جامد و در مرزهای متقارن و سطح آزاد مایع دارد. برای سطح جامد، سرعت سیال بدون لغزش و بدون نفوذ و برای مرز متقارن، سرعت سیال دارای شرایط لغزش و بدون نفوذ می باشد. در سطح آزاد مایع نیز تنش برشی صفر فرض می شود. یکی از شرایط مرزی مهم دیگر اعمال زاویه تماس در خط تماس (محل تلاقی سطح آزاد و سطح جامد) می باشد. این زاویه نمایانگر مقدار رطوبت پذیری سطح جامد بوده و در این مقاله مطابق روش

برخورد آرام باشد (مطالعات قبلی در مراجع [۲،۱] نشان در شرایط پلازما، فرض جریان آرام قابل قبول می باشد. لازم به ذکر است که مطالعاتی که تا کنون بر روی برخورد قطره با سطح جامد انجام شده، با استفاده از این فرض بوده است؛ تاثیر فاز گازی اطراف قطره بر روی فاز مایع در طول برخورد ناچیز باشد (تنش های لزجی در سطح تماس قطره با هوا یا گاز اطراف آن صفر فرض می شود)؛ برخورد به صورت هم دما یا ایزوترمال انجام گردد (مطالعات نشان می دهد [۷،۱])، در شرایط فرآیند پاشش به طریق پلازما، با توجه به سرعت بسیار بالای پخش شدن قطره بر روی سطح که در حدود میکروثانیه می باشد، می توان مرحله پخش شدن را جدا از مرحله انتقال حرارت و انجماد بررسی کرد. از آنجا که در این مقاله هدف بررسی مراحل پخش شدن قطره در برخورد مایل به سطح (قبل از انجماد) می باشد، فرآیند را می توان بصورت ایزوترمال در نظر گرفت).

معادلات حاکم برقیای جرم و ممنتوم برای جریان سیال درون قطره به شکل زیر نوشته می شود [۱۳،۲]:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V}\vec{V}) = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{\tau} + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{F}_b \quad (۲)$$

که \vec{V} نمایشگر بردار سرعت، P فشار، ρ دانسیته مایع، $\vec{\tau}$ تنسور تنش، \vec{g} شتاب ثقل و \vec{F}_b نیروهای جسمی (بر واحد حجم) موثر روی سیال می باشند. با توجه به نیوتنی بودن سیال:

$$\vec{\tau} = \mu (\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T) \quad (۳)$$

که μ نشان دهنده لزجت دینامیکی سیال است. به همراه معادلات فوق، یک معادله دیگر برای ردیابی سطح مشترک مایع-گاز و مدل سازی تبادل جرم بین آنها لازم است. در روش سیر حجمی سیال، حرکت مرز مشترک بین دو سیال به وسیله تابع نشانگر f مدل می شود:

(۱۰) با معادله (۱) در مرحله جدید زمانی $n+1$ ، معادله پواسون برای فشار بدست می آید:

$$(11) \quad \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho^n} \nabla P^{n+1} \right) = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \vec{V}'$$

معادله (۹) توسط روش حجم کنترلی منفصل می گردد. از انتگرال گیری این معادله بر روی حجم کنترل $\Omega_{i,j,k}$ ، معادله زیر بدست می آید:

$$(12) \quad \frac{1}{\Delta t} \int_{\Omega_{i,j,k}} (\vec{V}' - \vec{V}^n) d\Omega = - \int_{\Omega_{i,j,k}} \nabla \cdot (\vec{V}\vec{V})^n d\Omega + \frac{1}{\rho} \int_{\Omega_{i,j,k}} \nabla \cdot \vec{\tau}^n d\Omega + \int_{\Omega_{i,j,k}} \vec{g}^n d\Omega + \frac{1}{\rho} \int_{\Omega_{i,j,k}} \vec{F}_b^n d\Omega$$

دو ترم اول سمت راست معادله (۱۲) توسط تئوری گوس تبدیل شده و به انتگرال بر روی سطح حجم کنترلی ثابت $\Omega_{i,j,k}$ فرض می شود بقیه انتگرال ها بر روی حجم هستند. بنابر این معادله حاصله بدین شکل است:

$$(13) \quad \frac{\vec{V}' - \vec{V}^n}{\Delta t} = - \frac{1}{\Omega_{i,j,k}} \int_{S_{i,j,k}} \vec{V}^n (\vec{V}^n \cdot \hat{n}_s) dS + \frac{1}{\rho \Omega_{i,j,k}} \int_{S_{i,j,k}} (\vec{\tau}^n \cdot \hat{n}_s) dS + \vec{g}^n + \frac{1}{\rho} \vec{F}_b^n$$

که \hat{n}_s بردار واحد، به سمت خارج و عمود بر سطح $S_{i,j,k}$ است. معادلات ذکر شده در سه جهت X ، Y ، Z به صورت جداگانه بسط داده می شوند. بعد از انفصال معادلات، الگوریتم زیر در هر مرحله زمانی برای مشابه سازی برخورد قطره با سطح به کار برده شده است:

۱- تعیین \vec{V}' از معادله (۹)

۲- حل معادله (۱۱) بطور ضمنی برای تعیین P^{n+1} به همراه شرایط مرزی موثر در P

۳- محاسبه \vec{V}^{n+1} از معادله (۱۰)

۴- به کار بردن شرایط مرزی برای \vec{V}^{n+1}

۵- تعیین توزیع نسبت حجمی جدید سیال بوسیله f^{n+1} معادله (۵) و بدست آوردن شکل جدید سطح آزاد مایع-گاز به کمک الگوریتم Youngs [۱۵] (در این روش،

ارایه شده در مرجع [۱۳] از دو مقدار ثابت در دو سطح پیشرونده و پسرونده قطره روی سطح جامد استفاده شده است.

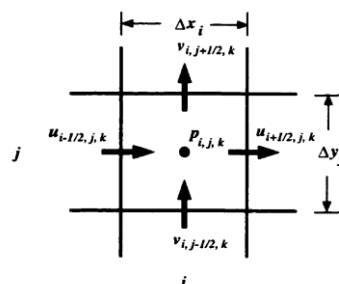
شرایط اولیه برای سرعت و فشار، به شکل زیر است:

$$(8) \quad \vec{V} = \vec{V}_0, \quad P_0 = 4 \frac{\gamma}{D_0}$$

که P_0 فشار اولیه داخل قطره، توسط معادله لاپلاس بدست آمده است [۱۳، ۲].

ب- حل عددی معادلات حاکم

معادلات حاکم با استفاده از روش عددی حجم محدود گسسته سازی می شوند. در هر سلول مقادیر سرعت در وسط وجوه و فشار و مقدار تابع f در مرکز سلول در نظر گرفته می شوند. شکل ۳ یک سلول دو بعدی را بر این اساس نشان می دهد.



شکل ۳- نمای دو بعدی از سلول (i,j,k) . سرعتهای u و v (w سرعت عمود بر صفحه است) در وسط وجوه هر سلول می باشند. فشار P در مرکز سلول در نظر گرفته می شود

معادله ممتهم ۲ به روش اولر پیشین منفصل و به دو قسمت تقسیم می شود:

$$(9) \quad \frac{\vec{V}' - \vec{V}^n}{\Delta t} = - \nabla \cdot (\vec{V}\vec{V})^n + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{\tau}^n + \vec{g}^n + \frac{1}{\rho} \vec{F}_b^n$$

$$(10) \quad \frac{\vec{V}^{n+1} - \vec{V}'}{\Delta t} = - \frac{1}{\rho^n} \nabla P^{n+1}$$

ابتدا برای میدان مشخص \vec{V}^n و در مرحله زمانی n ، مقدار میانی \vec{V}' به صورت صریح از ترمهای مربوط به جابجایی، لزجت، جاذبه و نیروی جسمی، از معادله (۹) محاسبه می شود. در مرحله بعد از ترکیبی کردن معادله

که μ لزجت سیال و L طول مشخصه در جهت عمود بر سطح جامد می باشد. مناسب ترین طول مشخصه برای ارزیابی میزان اتلاف، مقدار ضخامت لایه مرزی (δ) است که معادل مقدار زیر در نظر گرفته می شود [۴]:

$$\delta = 2 \frac{D_0}{\sqrt{Re}} \quad (19)$$

مقدار عدد رینولدز برابر $Re = U_D D_0 / \nu$ است که در آن U_D سرعت اولیه قطره هنگام برخورد با سطح و D_0 قطر اولیه قطره و ν لزجت سینماتیکی سیال می باشد.

برای ارایه مدل مناسب، شکل ۴ را در نظر می گیریم. در این شکل U_D سرعت اولیه قطره V_0 و U_0 سرعت های عمودی و افقی قطره در حین برخورد، D قطر و h مقدار ضخامت قطره گسترش یافته یا پخش شده می باشد. برای ایجاد شرایط مناسب مدل سازی، از سرعت پیشرفت قطره در سمت چپ جلوگیری شده و سرعت آن به مقدار سرعت سمت راست افزوده می گردد. بنابراین سرعت سمت چپ برابر سرعت مینا V_{Ref} و معادل صفر در نظر گرفته می شود. همچنین سرعت سیال در سمت راست و در جهت محور x ها معادل V_{R2} می باشد. سیال از داخل قطره و از مقطعی دایروی به قطر d و با سرعت V_0 به داخل فیلم وارد می شود. با توجه به سرعت V_{R2} در لبه در حال گسترش فیلم و با موازنه جرم خواهیم داشت:

$$\frac{V_R + U_0}{V_0} = \frac{d^2}{4Dh} \quad (20)$$

که U_0 سرعت افقی اولیه خود قطره بوده که به سرعت افقی حاصل از برخورد (V_R) اضافه می شود.

مقدار ضخامت فیلم مسطح (h) با معادل گرفتن حجم قطره اولیه به قطر D_0 و حجم سیلندر فرضی ایجاد شده در حداکثر گسترش قطره روی سطح بدست می آید:

$$h = \frac{2D_0^3}{3D_{max}^2} \quad (21)$$

در حین برخورد قطره، مقدار d بین صفر و D_0 متغیر است و می توان آنرا بطور متوسط معادل $d \sim D_0/2$ فرض کرد بنابراین از معادله (۲۰) داریم:

سطح آزاد مایع- گاز در هر سلول با یک سطح صاف که سلول را قطع می کند، تخمین زده می شود)

۶- به کار بردن مجدد شرایط مرزی برای \bar{V}^{n+1} .

مشروح روش انفصال معادلات، مدل CFS و الگوریتم یانگز در مراجع [۱۳، ۱۵] آورده شده است.

مدل تحلیلی برخورد مایل قطره با سطح جامد

مدل تحلیلی از موازنه انرژی جنبشی قطره قبل از برخورد، تغییرات انرژی سطحی قطره و کار انجام شده در مقابل لزجت مایع در خلال برخورد و تغییر شکل قطره بر روی سطح به دست می آید.

قبل از برخورد، انرژی جنبشی ($KE1$) و انرژی سطحی ($SE1$) برای یک قطره کروی به صورت زیر است:

$$KE1 = \left(\frac{1}{2} \rho U_D^2\right) \left(\frac{\pi}{6} D_0^3\right) \quad (14)$$

$$SE1 = \pi D_0^2 \gamma \quad (15)$$

که در آن ρ دانسیته مایع، U_D سرعت اولیه قطره در لحظه برخورد، D_0 قطر اولیه قطره و γ کشش سطحی (مایع-گاز) می باشد.

بعد از برخورد قطره و پس از به حداکثر رسیدن قطر ذره پخش شده روی سطح (D_{max})، انرژی جنبشی برابر صفر و انرژی سطحی ($SE2$) برابر معادله زیر می باشد [۱۶]:

$$SE2 = \pi \gamma D_{max} h + \frac{\pi}{4} D_{max}^2 \gamma (1 - \cos \theta_\alpha) \quad (16)$$

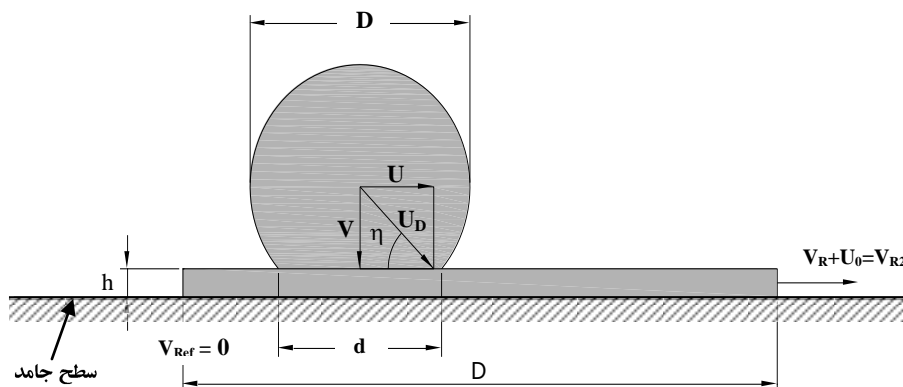
که در آن θ_α زاویه تماس پیشروی می باشد. کار انجام شده در مقابل لزجت به این شکل است [۱۷]:

$$W = \int_0^{t_c} \int_\Omega \phi \, d\Omega \, dt = \phi \Omega t_c \quad (17)$$

که Ω حجم سیال لزج و t_c زمان لازم برای گسترش و پخش شدن قطره و ϕ تابع اتلاف لزجت می باشد.

مقدار ϕ به این روش محاسبه می شود [۱۷]:

$$\phi \sim \mu \left(\frac{V_0}{L}\right)^2 \quad (18)$$



شکل ۴- مدل گسترش قطره روی سطح جامد

که در آن $We = \frac{\rho U_D^2 D_0}{\gamma}$ و $\xi_{max} = \frac{D_{max}}{D_0}$ می باشد.

برای We های بزرگ ($We > 100$)، می توان از عدد ۸ در مقابل جمله سمت چپ معادله (۲۶) صرف نظر کرده بنابراین معادله بصورت زیر ساده می شود:

$$\xi_{max} = \frac{D_{max}}{D_0} = \sqrt{\frac{We + 12}{3(1 - \cos\theta_\alpha) + 8 \sin \eta We \frac{1}{\sqrt{Re}}}} \quad (27)$$

چنانچه برخورد عمودی باشد ($\sin\eta=1$)، معادله (۲۷) مشابه معادله ارائه شده در مرجع [۴] خواهد بود. در این حالت تمامی جملات و ضرایب دو معادله به غیر از ضریب جمله $We \frac{1}{\sqrt{Re}}$ یکسان است. اعتبار حل تحلیلی تا وقتی است که قطره از هم پاشیده نشود زیرا در این حالت نمی توان برای قطره حداکثر قطر پخش شده را تعریف کرد، اما حل عددی می تواند این از هم پاشیدگی را تا حالت ایستایی کامل قطره یا قطرات حاصله نشان دهد.

بحث و نتایج

الف- مقایسه نتایج حل عددی با نتایج تجربی

$$\frac{dD}{dt} = V_R + U_0 = \frac{V_0 d^2}{4Dh} \quad (22)$$

با جایگذاری از معادله (۲۱) و انتگرال گیری از معادله حاصله رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{D}{D_{max}} = \sqrt{\frac{3 V_0 t}{16 D_0}} \quad (23)$$

اتلاف انرژی در اثر لزجت از معادلات (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) به شکل زیر بدست می آید:

$$W = \frac{2}{3} \pi \rho \frac{V_0^2}{\sin \eta} D_{max}^2 D_0 \frac{1}{\sqrt{Re}} \quad (24)$$

در بدست آوردن این رابطه از $U_D = \frac{V_0}{\sin \eta}$ استفاده شده که در آن زاویه برخورد قطره با سطح جامد می باشد. از موازنه انرژی خواهیم داشت:

$$KE1 + SE1 = SE2 + W \quad (25)$$

با توجه به این معادله و به کمک معادلات (۱۴)، (۱۵)، (۱۶) و (۲۴) معادله حداکثر مقدار گسترش قطره بدست می آید:

$$(We + 12)\xi_{max} = 8 + \xi_{max}^3 \left[3(1 - \cos\theta_\alpha) + 8 \sin \eta We \frac{1}{\sqrt{Re}} \right] \quad (26)$$

آزمایش تجربی را بخوبی پیش‌بینی می‌کند. در شکل ۷- الف نیز نتیجه آزمایش برای اسپلکت حاصل از پاشش با زاویه 70° درجه نشان داده شده است. در شکل ۷- ی شبیه‌سازی مدل عددی برای این حالت آورده شده که با شکل حاصل از آزمایش تطابق خوبی دارد.

برای مقایسه بهتر مدل عددی با نتایج تجربی از مقدار Ψ استفاده می‌کنیم. Ψ یا نسبت قطر بزرگ به قطر

کوچک بیضی ایجاد شده $(\Psi = \frac{D_{max}}{D_{min}})$ ، یکی از

مهمترین پارامترهای اسپلکت تشکیل شده در برخورد مایل است. مقادیر D_{min} و D_{max} در شکل ۸ نشان داده شده است. در جدول ۱ مقادیر Ψ بدست آمده از آزمایشهای kang و همکاران [۱۸] به همراه مقادیر بدست آمده از حل عددی آورده شده و شکل ۹ برای مقایسه بهتر Ψ حاصل از نتایج آزمایش با مقادیر حاصل از حل عددی، رسم گردیده است. انطباق خوب نتایج حاصله، نشان دهنده دقت بالای شبیه‌سازی توسط حل عددی می‌باشد.

همچنین با توجه به جدول ۱ و شکل ۹ مشاهده می‌گردد که با کاهش زاویه برخورد، نسبت Ψ افزایش یافته با به عبارتی شکل اسپلکت، در جهت خورد قطره با سطح، به نوعی بیضی تبدیل می‌شود که نسبت قطر بزرگ به کوچک آن افزایش یافته است.

جدول ۱- مقایسه مقدار Ψ حاصل از نتایج شبیه سازی عددی با نتایج آزمایش

زاویه برخورد	90°	70°	60°	45°	30°
نتایج آزمایش [۱۸]	۱	۱/۰۸	۱/۱	۱/۴۱	۱/۸۲
حل عددی	۱	۱/۰۶	۱/۰۸	۱/۳۵	۱/۷۹

ب- مقایسه نتایج مدل تحلیلی با نتایج تجربی

برای مقایسه مشابه‌سازی مدل تحلیلی با نتایج تجربی، علاوه بر نتایج Kang و همکاران [۱۸]، از آزمایشات Montavon و همکاران [۱۹] نیز که تاثیرات زاویه پاشش را بر روی مورفولوژی اسپلکت بصورت آماری

نتایج شبیه سازی عددی برای برخورد قطره زیرکونیا به قطر $37\mu m$ ، سرعت 150 m/s و با زاویه برخورد 30° ، در شکل ۵ نشان داده شده است. این شکل چگونگی کمی و کیفی پخش شدن قطره بر روی سطح را نشان می‌دهد. پخش شدن قطره تا مقدار حداکثر قطر آن در کمتر از ۲ میکروثانیه انجام گردیده بنابراین همچنانکه قبلاً اشاره شد، می‌توان مرحله پخش شدن ذره را یا فرض ایزوترمال بودن فرآیند در نظر گرفت. در سمت چپ شکل ۵، نمای سه بعدی از برخورد و پخش شدن قطره بر روی سطح، و در سمت راست نمای بالایی برخورد و پخش شدن، نشان داده شده است. همانگونه که از شکل مشاهده می‌گردد، در ابتدا، سرعت عمود بر سطح تاثیر بیشتری بر پخش شدن قطره دارد. این تاثیر گذاری تا حدود 0.2 میکروثانیه مشاهده شده و بعد از آن تاثیر سرعت به موازات صفحه ظاهر گردیده و تا پایان فرآیند ادامه دارد. شکل نهایی قطره پخش شده بر روی سطح بیضوی است.

برای مقایسه مشابه‌سازی عددی با نتایج تجربی، از آزمایشهای Kang و همکاران [۱۸] استفاده شده است. آنها در پاشش پلاسمایی از پودر YSZ استفاده نموده و آنرا با زوایای مختلف بر روی سطح جامد پاشیده‌اند. توزیع اندازه پودر بین ۲۵ الی ۱۲۵ میکرون با قطر متوسط ۳۷ میکرون بوده است. سطح جامد آنها از یک قطعه فولاد نرم $15 \times 10 \times 3\text{ mm}$ تشکیل شده که بسیار خوب پرداخت گردیده است. اندازه متوسط حسابی زبری 0.5 میکرون بوده و پودر توسط دستگاه پاشش پلاسمایی SG-100 در فشار اتمسفریک به طرف سطح جامد با زوایای گوناگون پاشیده شده است. آنها برای مشاهده مورفولوژی، برجستگی و ضخامت اسپلکت‌ها از دستگاههای SEM و

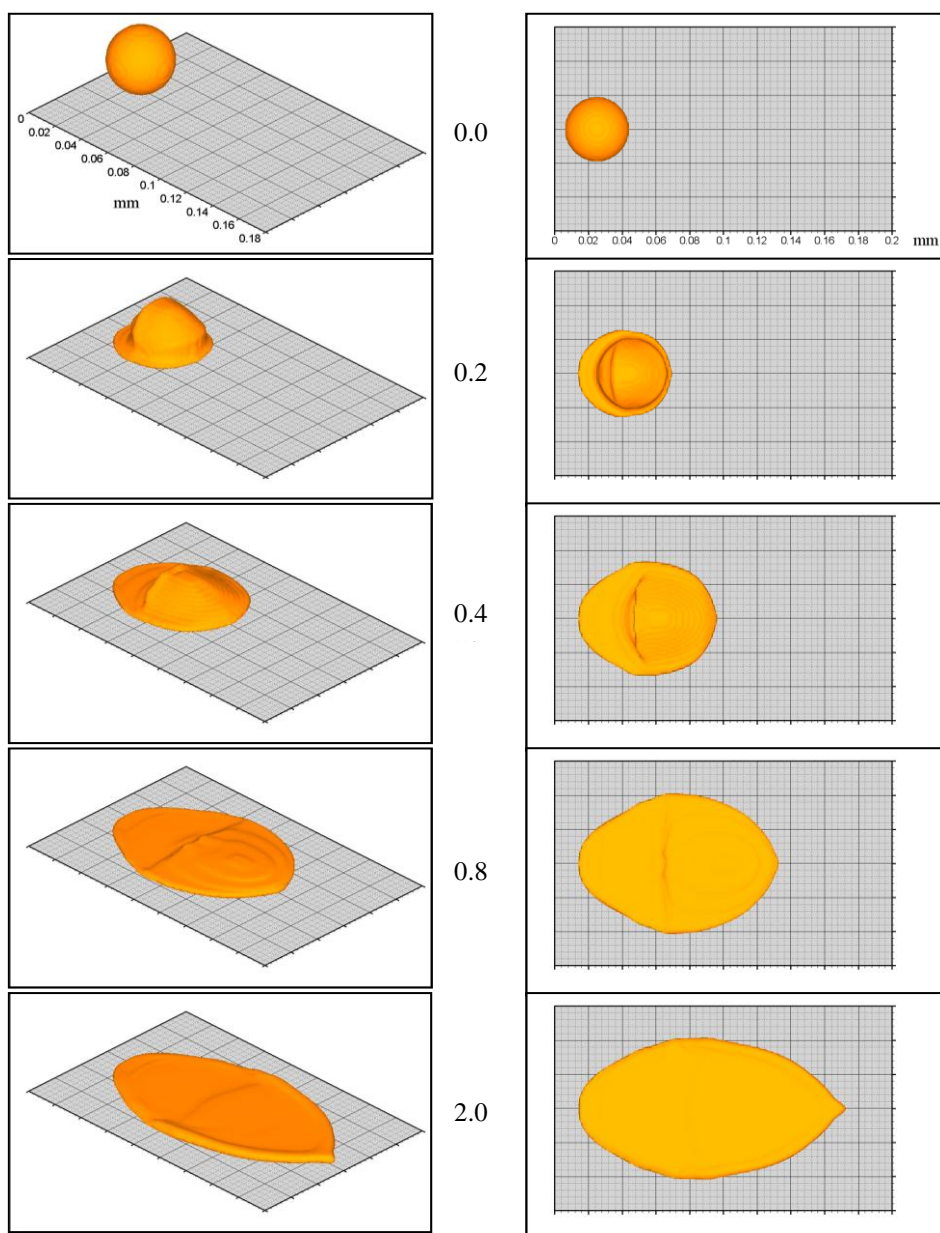
WYKO NT-2000 (optical surface profiler)

استفاده کرده‌اند. دستگاههای مورد استفاده، شرایط و جزئیات آزمایش آنها در مرجع [۱۸] ارایه گردیده است. نمونه‌ای از اسپلکت تشکیل شده بوسیله پاشش با زاویه 30° در شکل ۶- الف آورده شده است. در شکل ۶- ی، اسپلکت شبیه سازی شده توسط مدل عددی ارایه گردیده است. مقایسه دو شکل نشان می‌دهد که مدل عددی نتیجه

مختلف نازل به سمت سطح جامد پرداخت شده مسی پاشیده‌اند. زبری سطح جامد بین ۰/۱ الی ۰/۳ میکرون بوده است. قطر متوسط ذرات ۳۷ میکرون بوده و پاشش توسط برروی سطح را با استفاده از چند مقدار کمی مانند قطر معادل ED و ضریب کشیدگی EF تعیین کرده‌اند که به این شکل تعریف شده‌اند:

$$ED = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \quad (28)$$

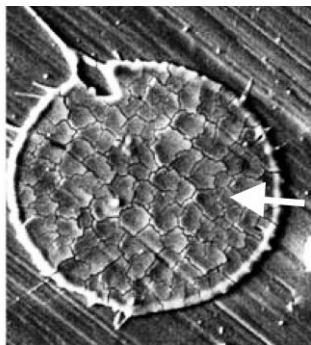
مطالعه نموده‌اند، استفاده شده است. آنها در آزمایش خود از آلیاژ استرولوی که بر پایه نیکل می باشد استفاده نموده- اند و در عملیات پاشش حرارتی، این آلیاژ را با زوایای دستگاه PT-VPS-A-2000 با فشار محفظه ۶۰ mbar انجام گردیده است. مشخصات اسپلٹ تشکیل شده بوسیله میکروسکوپ نوری اندازه گیری شده است. شرایط پاشش، توزیع ذرات، چگونگی عکس برداری و دیگر جزئیات آزمایشات در مرجع [۱۹] ارایه شده است. آنها در نهایت، توسط روشهای آماری، میزان پخش و گسترش قطره



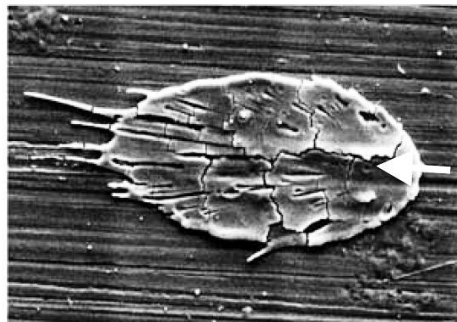
نمای سه بعدی

نمای بالا

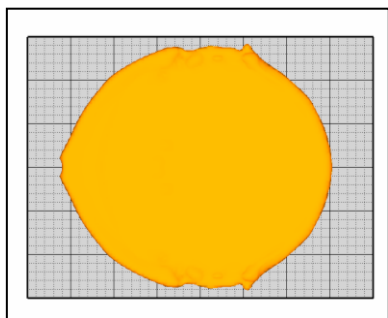
شکل ۵- تصاویر برخورد قطره زیرکونیا به سطح جامد بدست آمده از شبیه سازی عددی



الف

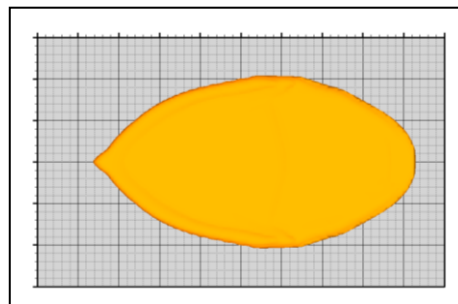


الف



ب

جهت برخورد قطره با سطح

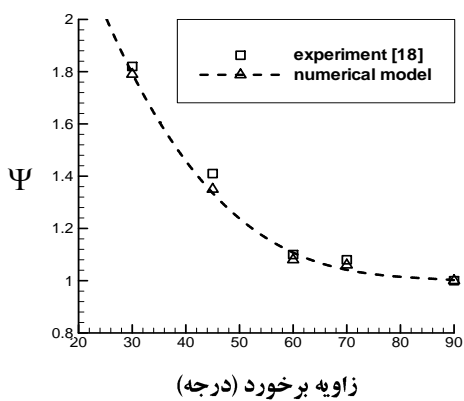


ب

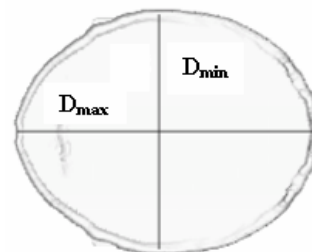
جهت برخورد قطره با سطح

شکل ۷- مقایسه تصویر اسپلنت بدست آمده از شبیه سازی عددی با نتایج آزمایش مرجع [۱۸] برای زاویه برخورد 70°

شکل ۶- مقایسه تصویر اسپلنت بدست آمده از شبیه سازی عددی با نتایج آزمایش مرجع [۱۸] برای زاویه برخورد 30°



شکل ۹- مقایسه نتایج شبیه سازی عددی با نتایج آزمایش، برای تغییرات مقدار Ψ نسبت به زاویه برخورد



جهت برخورد قطره با سطح

شکل ۸- شکل اسپلنت حاصل شده از برخورد مایل قطره در پاشش حرارتی که مقادیر D_{min} و D_{max} را نشان می‌دهد

جدول ۲- مقایسه مقدار ξ_{max} حاصل از مدل تحلیلی و شبیه سازی عددی با نتایج آزمایش، برای برخورد قطره استرولوی

زاویه برخورد	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۷۵°	۹۰°
نتایج آزمایش از مرجع [۱۹]	۳/۵۲	۳/۲	۳/۱	۲/۸۸	۲/۸۶
مدل تحلیلی (معادله ۲۶)	۴/۲۰	۳/۵۶	۳/۲۳	۳/۰۷	۳/۰۲
خطا	%۱۹/۳۱	%۱۱/۲۵	%۴/۱۹	%۶/۵۹	%۵/۵۹
شبیه سازی عددی	۳/۴۵	۳/۱۴	۳/۰۳	۲/۸۵	۲/۸۳
خطا	%۱/۹۹	%۱/۸۸	%۲/۲۶	%۱/۰۴	%۱/۰۵

اختلاف نتایج با کاهش زاویه برخورد بیشتر می شود. بدلیل فرضیات در نظر گرفته شده در مدل تحلیلی، اختلاف بوجود آمده، قابل پیش بینی بود. در ردیف چهارم جدول مقادیر به دست آمده از شبیه سازی عددی و در ردیف پنجم درصد خطای بین شبیه سازی عددی و نتایج تجربی آورده شده است. در شکل ۱۰ نیز برای مقایسه بهتر، مقادیر ارایه شده در ردیفهای اول و دوم جدول ۲، رسم گردیده است. تطابق خوب مدل تحلیلی با نتایج تجربی در شکل ۱۰ مشاهده می گردد. در ردیف اول جدول ۳، مقادیر بدست آمده از آزمایشهای kang و همکاران [۱۸] ارایه شده و در ردیف دوم مقادیر بدست آمده از مدل تحلیلی (معادله ۲۶) با توجه به خواص فیزیکی زیرکونیا، قطر متوسط ۳۷ میکرون، سرعت برخورد ۱۵۰ متر بر ثانیه و زاویه تماس پیشروی 140° ، ارایه گردیده است. در صد خطای بین دو دسته داده در ردیف سوم نشان داده شده است. لازم به ذکر است که در مرجع [۱۸]، مقدار ξ_{max} بر اساس قطر معادل اسپکت (نسبت قطر معادل از معادله ۲۸، به قطر اولیه قطره) بدست آمده است که با تعریف ξ_{max} در این مقاله متفاوت است (در اینجا ξ_{max} ، برابر نسبت D_{max} به قطر اولیه قطره D_0 تعریف شده است). این تعاریف توسط روابط ساده ریاضی به یکدیگر قابل تبدیل هستند. با کاهش زاویه برخورد، اختلاف بین نتایج مدل تحلیلی با نتایج آزمایشها، بیشتر شده و سپس کاهش می یابد. دلیل آن این است که در قسمت داده های تجربی (ردیف اول جدول ۳)، با کاهش زاویه برخورد، مقدار حداکثر پخش قطره افزایش می یابد ولی نرخ افزایش آن در زوایای ۶۰ و ۴۵ درجه، نزولی است. در مقاله kang و همکاران [۱۸] به این مطلب اشاره شده و دلیل آنرا نامشخص ذکر کرده و احتمال داده است که ناشی از خطای تخمینی داده های آماری باشد. در ردیف چهارم جدول مقادیر حاصل از شبیه سازی عددی و در ردیف پنجم نیز درصد خطای بین شبیه سازی عددی و نتایج آزمایش ارایه شده است. برای مقایسه بهتر، نتایج مدل

از We و Re در مدل تحلیلی برای مشخص نمودن خواص فیزیکی آلیاژ استرولوی و سرعت برخورد قطره با

$$EF = \frac{\pi(D_{max})^2}{4A} \quad (29)$$

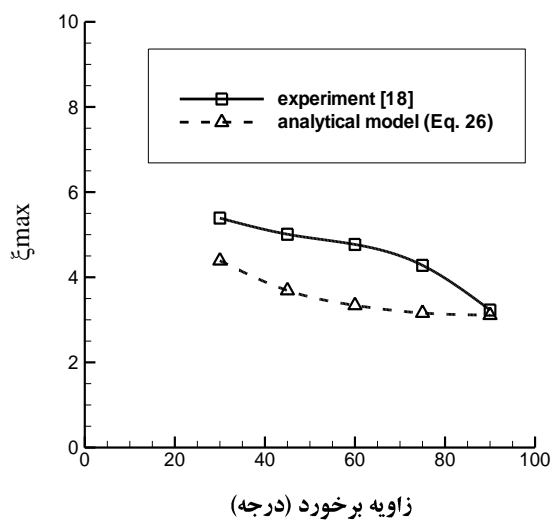
در معادلات بالا A سطح و D_{max} بزرگترین قطر اسپکت می باشد که در شکل ۸ نشان داده شده است. مقدار ξ_{max} حاصل از آزمایشهای Montavon و همکاران [۱۹] در جدول ۲ ارایه گردیده است که مربوط به برخورد مایل قطره ای با قطر ۳۷ میکرون، با سرعت ۱۰۰ متر بر ثانیه و با زوایای برخورد گوناگون با سطح می باشد. در ردیف دوم این جدول مقدار ξ_{max} بدست آمده از مدل تحلیلی (معادله ۲۶) آورده شده است.

در مدل تحلیلی برای مشخص نمودن We و Re از خواص فیزیکی آلیاژ استرولوی و سرعت برخورد قطره با سطح استفاده شده است. در معادله، زاویه تماس پیشروی معادل 140° در نظر گرفته شده که معمولاً در مورد پاشش های پلاسمایی بکار برده می شود [۷، ۱]. درصد خطای بین مدل تحلیلی و نتایج تجربی در ردیف سوم جدول آورده شده است. همانگونه که مشاهده می شود،

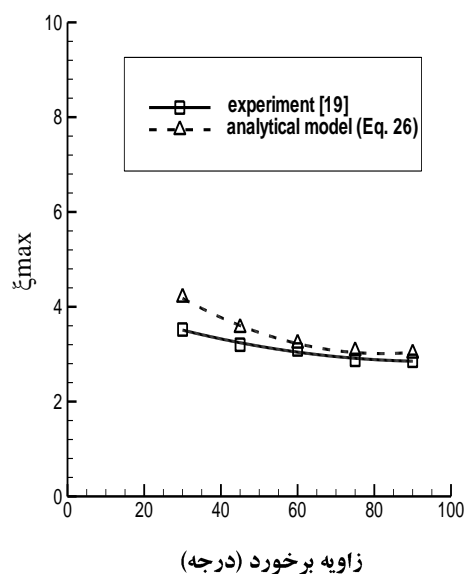
تحلیلی به همراه نتایج آزمایشهای kang و همکاران [۱۸]، در شکل ۱۱، آورده شده است.

جدول ۳- مقایسه مقدار ξ_{max} حاصل از مدل تحلیلی و شبیه سازی عددی با نتایج آزمایش، برای برخورد قطره زیر کونیا

زاویه برخورد	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۷۵°	۹۰°
نتایج آزمایش از مرجع [۱۸]	۵/۳۹	۵/۰۱	۴/۷۷	۴/۲۸	۳/۲۳
مدل تحلیلی (معادله ۲۶)	۴/۳۹	۳/۶۹	۳/۳۴	۳/۱۶	۳/۱۱
خطا	%۱۸/۵۵	%۲۶/۳۴	%۲۹/۹۸	%۲۶/۱۷	%۳/۷۱
شبیه سازی عددی	۵/۳۰	۴/۹۱	۴/۶۷	۴/۲۰	۳/۱۹
خطا	%۱/۶۷	%۲/۰۰	%۲/۱۰	%۱/۸۷	%۱/۲۴



شکل ۱۱- مقایسه نتایج مدل تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی برای تغییرات ξ_{max} نسبت به زاویه



شکل ۱۰- مقایسه نتایج مدل تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی برای تغییرات ξ_{max} نسبت به زاویه

اساس معادله (۲۶)، مقادیر ξ_{max} بر حسب $(\sin \eta / Re^{0.5}) \times 10^3$ و برای We های مختلف و با مقدار $\theta_a = 140^\circ$ رسم گردیده است. برای مقادیر کم Re و در زوایای برخورد نزدیک به 90° درجه (برخورد عمودی)، در تمامی مقادیر We ، مقدار یکسانی برای ξ_{max} بدست می آید. به عبارتی در اینگونه برخوردها قطرات با سطح،

با اطمینان از درستی معادله (۲۶) توسط مقایسه با نتایج تجربی، اینک این معادله جداگانه مورد بحث قرار می گیرد. شکل ۱۲ بدین منظور بدست آمده است. در این شکل بر

بسیار خوب حل عددی از فیزیک مساله و شکل اسپلت-های تشکیل شده می باشد.

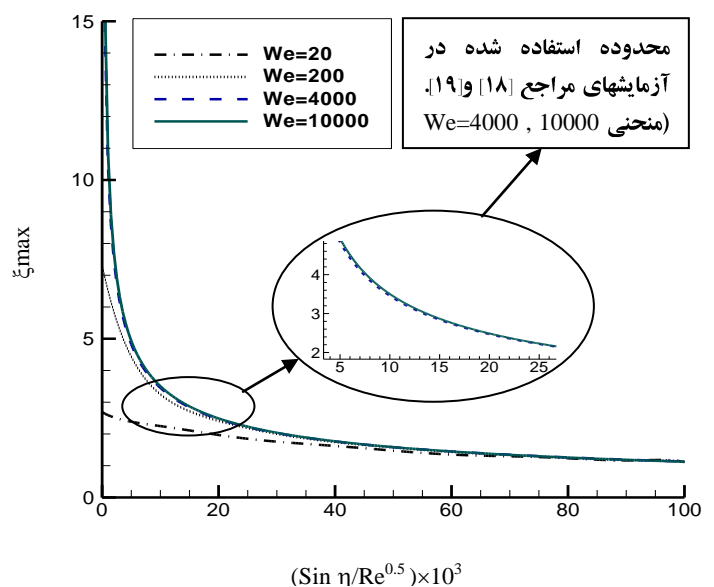
۲- نتایج حاصل از مدل تحلیلی که نشان دهنده مقدار حداکثر پخش قطره در زوایای مختلف برخورد می باشد با نتایج آزمایشهای تجربی مقایسه شده که نشان دهنده تخمین خوب مدل تحلیلی از مقدار حداکثر پخش قطره در برخورد مایل با سطح در پاشش پلاسمایی می باشد.

۳- مدل تحلیلی نشان می دهد که با کاهش زاویه برخورد و در مقادیر زیاد عدد رینولدز، وابستگی مقدار حداکثر پخش قطره به عدد وبر افزایش یافته و برای مقادیر کم عدد رینولدز و زوایای برخورد نزدیک به ۹۰ درجه، مقادیر ثابت و یکسانی برای مقدار حداکثر پخش قطره بدست می آید.

مراجع

- 1- J. Mostaghimi, M.P. Pasandideh-Fard, and S. Chandra, *Dynamics of Splat formation in plasma spray*, Plasma Chemistry and Plasma Processing, 22(1) (2002) 59-84.
- 2- M. Pasandideh-Fard, S. Chandra & J. Mostaghimi, *A three-dimensional model of droplet impact and solidification*, Int. J. Heat Mass Trans, 45 (2002) 2229-2242.
- 3- H. Liu, E.J. Lavernia & R. Rangel, *Numerical simulation of substrate impact and freezing of droplets in plasma spray processes*, J. Phys., D 26 (1993) 1900-1908.
- 4- M. Pasandideh-Fard, Y.M. Qiao, S. Chandra, and J. Mostaghimi, *Capillary effects during droplet impact on a solid surface*, Phys. Fluids, 8(3) (1996) 650-659.
- 5- C.W. Hirt & B.D. Nichols, *Volume of Fluid (VOF) methods for the dynamics of free*

وابستگی ξ_{max} به عدد We کاهش پیدا می کند و مقدار ξ_{max} به سمت یک عدد ثابت میل می نماید. هر چه زاویه برخورد مایل تر شود وابستگی به عدد We افزایش می یابد. در برخوردهایی که زاویه برخورد (η) بسیار مایل باشد و همچنین در مقادیر Re زیاد، وابستگی به عدد We زیاد بوده و در We های گوناگون مقادیر مختلفی برای ξ_{max} بدست می آید که این مقادیر نیز با یکدیگر تفاوت زیادی دارند. در این شکل، همچنین محدوده آزمایشهای Montavon و همکاران [۱۹] و kang و همکاران [۱۸]، نشان داده شده است.



شکل ۱۲ - نمودار تغییرات ξ_{max} نسبت به تابع $(\text{Sin } \eta / \text{Re}^{0.5} \times 10^3)$ برای اعداد We مختلف با استفاده از معادله (۲۶)

نتیجه گیری

در این پژوهش، برخورد مایل قطره با سطح جامد در فرآیند لایه نشانی پاششی به کمک شبیه سازی عددی، و روش تحلیلی، مطالعه شده است که نتایج زیر به دست آمده است:

۱- مقایسه نتایج حل عددی با نتایج آزمایشها در پاشش پلاسمایی به صورت مایل، نشان دهنده پیش بینی

- model of droplet impact*, Phys. Fluids, 11 (6) (1999) 1406-1417.
- 14- J.U. Brackbill, D.B. Kothe and C. Zemach , *A continuum method for modeling surface tension*, J. Comput. Phys, 100(335) (1992).
- 15- D. L. Youngs, *An interface tracking method for a 3D Eulerian hydrodynamics code*, Technical Report, AWRE, (1984).
- 16- V. P. Carey, *Liquid-Vapor Phase Change Phenomena*, Taylor & Francis, Bristol, PA, (1992) 61–67.
- 17- S. Chandra and C. T. Avedisian, *On the collision of a droplet with a solid surface*, Proc. R. Soc. London A 432, 13 (1991).
- 18- C.W. Kang & H.W. Ng, *Splat morphology and spreading behavior due to oblique impact of droplets onto substrates in plasma spray coating process*, Surface and Coatings Technology, 200(18-19) (2006) 5462-5477.
- 19- G. Montavon, S. Sampath, C.C. Berndt, H. Herman & C. Coddet, *Effects of the spray angle on splat morphology during thermal spraying*, Surface and Coatings Technology, 91 (1997) , 107-115.
- boundaries*, J. Comput. Phys, 39 (1981) 201–225.
- 6- M. Pasandideh-Fard, R. Bhola, S. Chandra, and J. Mostaghimi, *Deposition of tin droplets on a steel plate: simulations and experiments*, Int. J. Heat Mass Trans, 41 (1998) 2929-2945.
- 7- M. Pasandideh-Fard, V. Pershin, S. Chandra & J. Mostaghimi, *Splat shapes in a thermal spray coating process: simulations and experiments*, J. Thermal Spray Technol, 11(12) (2002) 206-217.
- 8- I.V. Roisman, R. Rioboo & C. Tropea, *Normal impact of a liquid drop on a dry surface: model for spreading and receding*, Proc. R. Soc. London, Ser. A 458 (2002) 1411-1430.
- 9- C. Ukiwe and D. Y. Kwok, *On the Maximum Spreading Diameter of Impacting Droplets on Well-Prepared Solid Surfaces*, Langmuir, 21 (2005) 666-673.
- 10- R. Ghafouri-Azar, J. Mostaghimi, and S. Chandra, *Deposition Model of Thermal Spray Coating*, *Proceedings of the International Thermal Spray Conference*, Singapore, (2001) 951–958.
- 11- O. Knotek & R. Elsing, *Monte Carlo Simulation of Thermally Sprayed Coatings*, Surf. Coat. Technol, 32 (1987) 261–271.
- 12- X. Y. Huang, D. E. Stock, and L. P. Wang, *Using the Monte-Carlo Process to Simulate Two-Dimensional Heavy Particle Dispersion*, ASMEFED, Gas-Solid Flows, 166 (1993) 153–160.
- 13- M. Bussman, J. Mostaghimi & S. Chandra, *On a three-dimensional volume tracking*

